

「陸前高田 奇跡の一本松」モニュメントの耐風設計*

東北大学 植松 康・金 南昔・飯田有未

1. はじめに

岩手県陸前高田市にある高田松原は、2011年3月11日に発生した東北地方太平洋沖地震(M9.0)による高さ10mを超える大津波に呑み込まれ、約7万本ともいわれる松がほぼ全てなぎ倒され壊滅した。その中で、奇跡的に1本だけ倒れずに残った。この松は復興のシンボルと捉えられ、「奇跡の一本松」と呼ばれた。土中に海水が浸入するのを防ぐため、周囲に長さ約6メートルの鉄板約150枚を打ち込むなど、懸命の保護活動が行われたが、海水で根が腐ってしまい、2012年9月12日ついに伐採された。切られた松は防腐処理を施した上で、元の場所にモニュメントとして保存されることになった。筆者らは、この保存プロジェクトにおいて、一般財団法人航空宇宙技術振興財団の技術アドバイザーとして、このモニュメントの耐風設計における風荷重評価を担当した。本論ではその基本的な考え方を述べる。

2. モニュメントの構造と振動特性

モニュメントの構造を図1に示す。心材は鋼管とCFRPで構成され、外皮には防腐処理された松が使われる。葉はプラスチック製である。最高高さ H は26.5m、樹冠部の重量は約1.35tあり、トップヘビーの構造物である。図2にFEM解析モデルを示す。樹冠部については、詳細なモデル化が困難であったため、高さ22.5mの位置に集中質量1.35tとして与えた。幹部分は、18要素に分割し、各要素の曲げ剛性等の力学特性は、詳細図に基づき、構成部材の寸法と物性から定めた。

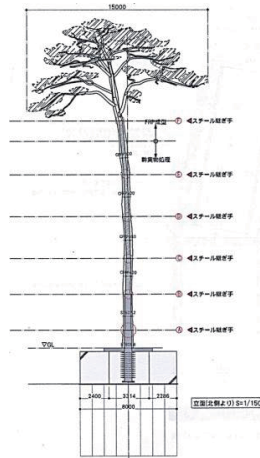


図1 モニュメントの構造

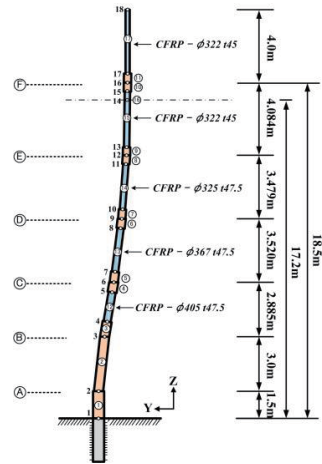


図2 有限要素モデル

1~6次固有振動数と1~4次振動モードを図3に示す。2次モードは1次モードに対して直交するモードであり、固有振動数はほぼ同一である。3次と4次、5次と6次についても同様である。図4は日本建築学会・建築物荷重指針¹⁾(以下、「荷重指針」とよぶ)に基づき設定された変動風速のパワースペクトルと固有振動数を比較したものである。図中の L は主流方向の乱れのスケールを表す(100m)。図より、1次(2次)固有振動数に比べて3次以上の固有振動数は高く、風による動的応答は1次(2次)モードが支配的であると考えられる。

3. 設計風速

建設地から約10km北東に位置する大船渡特別地域気象観測所(海拔37m、風速計設置高さ地上22.0m)での1963年~2012年までの50年間に及ぶ年最大風速記録に基づき、設計風速について考察する。年最大風速の確率分布(非超過確率) $F(I)$ は、図5に示すように、次式で表わされるI型漸近極値分布(Gumbel分布)で良好に

*Wind resistant design of 'Rikazentakata's Pine Tree of Hope' by Yasushi Uematsu, Nam-Seok Kim and Yumi Iida

固有振動数

j	$f_j(\text{Hz})$
1	0.654
2	0.655
3	3.242
4	3.250
5	8.377
6	8.393

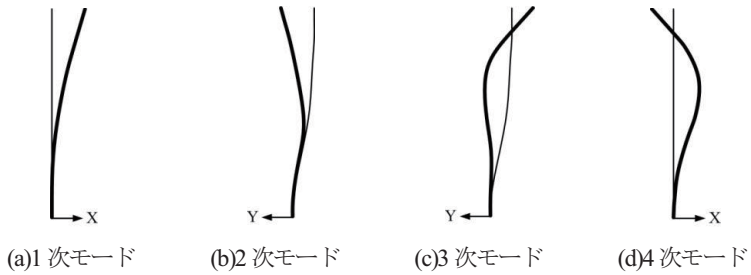


図3 固有振動数(1~6次)と固有振動モード(1~4次)

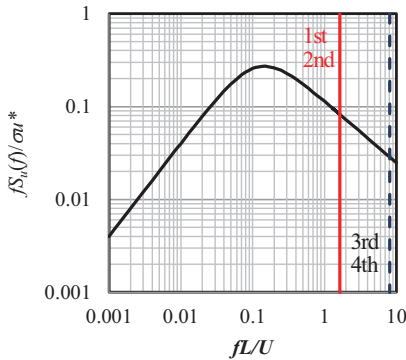


図4 変動風速のパワースペクトル

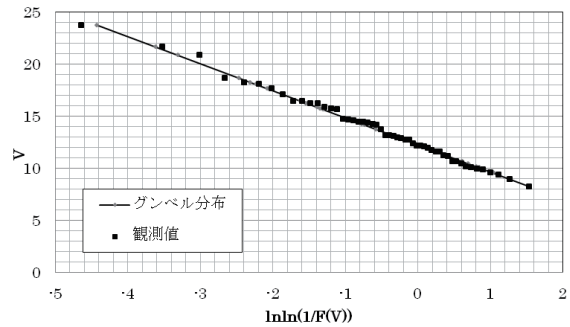


図5 年最大風速の確率分布(大船渡特別地域気象観測所)

近似できる。

$$F(V) = \text{Pr}[\text{年最大風速} \leq V] = \exp[-\exp(-y)], \quad y = a(V - u) \quad (1), (2)$$

ここに、 y は規準化変数と呼ばれる。 a および u は当該地域の風速の特性を表わす定数であり、ここではGumbelの積率法により決定した($a=0.385$, $u=12.3$)。これより、建築基準法で想定している再現期間50年の風速を求めると20.35m/sである。建築基準法での「基準風速 V_0 」は、開けた平坦地(地表面粗度区分Ⅱ相当)での地上10mでの値である。一方、観測所周辺の地表面粗度区分はⅢ程度と考えられるので、平均風速の高さ方向分布係数を用いて、上述の値を地表面粗度区分Ⅱの地上10mでの値(基準風速相当)に換算すると、 $V_0=23.0\text{m/s}$ と計算される。ここではこれを基準風速として設計風速を設定する。

4. 風力係数

樹冠部の風力係数の測定は東北大学流体科学研究所の低乱熱伝達風洞にて行った。模型は樹冠部のみ縮尺率1/40で再現した剛模型である(図6)。実験気流は乱れの強さ0.1%以下の一様流である。模型に作用する抗力 D と横力 S を風力天秤で測定した。これらは、平均速度圧 q と鉛直面に対する樹冠部の最大投影面積 A を用いて無次元化され、式(3)、(4)で与えられる抗力係数 C_D および横力係数 C_S として表わされる。

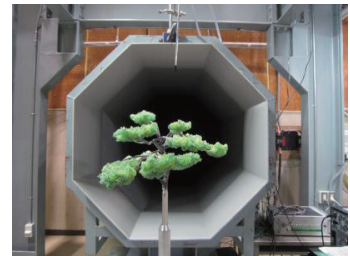


図6 風洞実験(風洞と模型)

$$C_D = \frac{D}{q \cdot A}, \quad C_S = \frac{S}{q \cdot A} \quad (3), (4)$$

C_D および C_S の風向 θ による変化を図7に示す。なお、これは風速30m/sでの結果であるが、風速30~55m/sの間で結果にほとんど違いは見られなかった。 C_D の最大値は、見付面積が最大となる風向 $\theta=112.5^\circ$ および 292.5° のときで0.95である。このとき $C_S \approx 0$ である。なお、風向は北を 0° としている。葉は外形のみを再現したソリッドなもの(充実率100%)である。実際のモニュメントでの充実率は20~30%程度であり、風による変形も考慮すると、樹冠部に作用する抗力は風洞実験結果から推定される値よりかなり小さくなると予想される。

幹部分の断面はほぼ円形であるが、外皮に実際の松を使っているため表面粗度が大きい。相対表面粗度を $k_s/\bar{D} \approx 10^2$ と仮定すると、円柱の風力係数に関する筆者らの研究結果²⁾より $C_D=1.08$ と推定される。なお、この風力係数は当該高さ Z での速度圧 q_Z で定義されたものである。

5. 風荷重評価

5.1 変動風力

各節点(j)に作用する風力は、(5)式のように平均成分と変動成分の和で表され、平均成分は当該高さ Z_j での速度圧 q_j と風力係数 C_D 並びに受圧面積 A_j の積で与えられる。

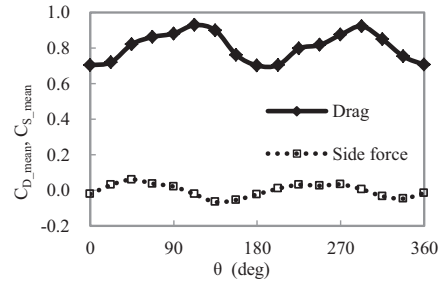


図7 平均抗力・横力係数

$$F_j(t) = \bar{F}_j + f_j(t), \quad \bar{F}_j = q_j C_D A_j, \quad q_j = \frac{1}{2} \rho U_j^2 = \frac{1}{2} \rho U_H^2 \left(\frac{Z_j}{H} \right)^{2\alpha}, \quad U_j = U_H \left(\frac{Z_j}{H} \right)^\alpha \quad (5)-(8)$$

ここに、 ρ は空気密度、 U_H は基準高さ H における風速、 α は平均風速の鉛直分布を表わすべき指数で、地表面粗度区分はIとして0.10とする。変動風力 $f_j(t)$ は準定常仮定に基づき次式で与えられるものとする。

$$f_j(t) = \rho U_j u_j(t) C_D A_j \quad (9)$$

これより $f_j(t)$ の標準偏差 σ_{f_j} およびパワースペクトル $S_{f_j}(f)$ は次式で与えられる。

$$\sigma_{f_j} = \rho U_j C_D A_j \sigma_{u_j}, \quad S_{f_j}(f) = \rho^2 U_j^2 C_D^2 A_j^2 S_{u_j}(f) \quad (10), (11)$$

ここに、 $S_{u_j}(f)$ は高さ Z_j における風速変動のパワースペクトルであり、次式で表わされるKarman型で表わされるものとする。

$$\frac{f \cdot S_u(f)}{\sigma_u^2} = \frac{4X}{(1+70.8X^2)^{5/6}}, \quad X = \frac{f \cdot L}{U} \quad (12), (13)$$

また、風速変動の標準偏差 σ_{u_j} は荷重指針より次式で与えられる。

$$\sigma_{u_j} = U_j \times I_{u_j} = U_H \left(\frac{Z_j}{H} \right)^\alpha \times 0.1 \left(\frac{Z_j}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} \quad (14)$$

ここに、 I_{u_j} は高さ Z_j における乱れの強さである。また、地表面粗度区分Iより $Z_G=250\text{m}$ である。

5.2 動的応答解析と荷重評価

3. で与えられた設計風速から算定される速度圧と 4. に示した平均抗力係数を用いて計算した平均変位(ただし、頂部最大変位で基準化)と 2. に示した 1 次固有振動モードの比較を図 8 に示す。これより両者は概ね相似であることが分る。また、図 4 より動的応答において 1 次(2 次)モードが支配的になると考えられるので、設計用風荷重はガスト影響係数法を用いて算定でき、さらに、1 次モードと 2 次モードは直交することより、ガスト影響係数 G_f は 1 次モードに基づいて評価することができる。すなわち、設計荷重は(6)式で与えられる平均風力にガスト影響係数を乗じることで算定される。そして、ガスト影響係数は、気流の乱れの影響を考慮した不規則振動理論³⁾に基づいて計算される。

(5)式で表わされる風力と同様、節点変位 $X_j(t)$ も平均変位 \bar{X}_j と動的変位 $x_j(t)$ の和で表すことができる。

$$X_j(t) = \bar{X}_j + x_j(t) \quad (j=1, \dots, N) \quad (15)$$

ここに、 $N=18$ である。変位ベクトル $\{x\}$ を用いた運動方程式は次式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (16)$$

ここに、 $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ は、それぞれ質量、減衰、剛性マトリクス、 $\{f\}$ は荷重ベクトルである。(16)式にモード解析を適用すると、 k 次一般化変位(基準座標) $q_k(t)$ に関する運動方程式として次式を得る。

$$\ddot{q}_k + 2\zeta_k \omega_k \dot{q}_k + \omega_k^2 q_k = \frac{P_k}{\tilde{M}_k} \quad (17)$$

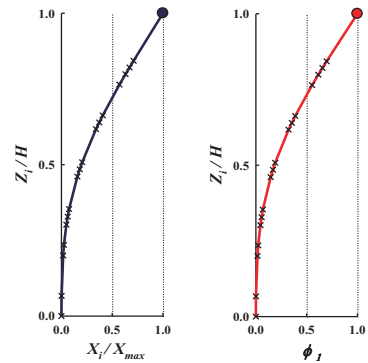
ここに、 ζ_k は k 次減衰定数(臨界減衰比)であり、0.02 と仮定する。構造物の振動に伴い正の空力減衰が発生するが、ここでは安全側の設定として無視する。 ω_k は k 次固有円振動数($=2\pi f$)、 \tilde{M}_k は k 次一般化質量である。 $P_k(t)$ は k 次一般化風力であり、次式で与えられる。

$$P_k(t) = \{\phi\}_k^T \{f\} = \sum_{i=1}^N \phi_{ik} f_i(t) \quad (18)$$

ここに、 $\{\phi\}_k$ は k 次モードベクトル、 ϕ_{ik} はその成分を表す。なお、(18)式は変動成分のみ表しているが、平均値についても同様で、 k 次一般化風力の平均値は次式で算定される。

$$\bar{P}_k = \{\phi\}_k^T \{\bar{F}\} = \sum_{i=1}^N \phi_{ik} \bar{F}_i \quad (19)$$

前述したように、当該構造物の応答は 1 次モードが支配的であるので、以下では 1 次モードのみを扱う ($k=1$)。(9)式を利用すると、1 次一般化風力の自己相関関数 $R_{P1}(\tau)$ は次式で与えられる。



(a)平均変位 (b)1次振動モード

図8 平均変位と振動モードの比較

$$R_{P_1}(\tau) = E[P_1(t) \cdot P_1(t+\tau)] = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho^2 U_i U_j C_{D_i} C_{D_j} A_i A_j \phi_{i1} \phi_{j1} E[u_i(t) \cdot u_j(t+\tau)] \quad (20)$$

ここに、右辺の $E[u_i(t) \cdot u_j(t+\tau)]$ は、節点高さ Z_i と Z_j における変動風速 $u_i(t)$ と $u_j(t)$ の相互相関関数 $R_{u_{ij}}(\tau)$ である。上式にフーリエ変換を適用すれば、 $P_1(t)$ のパワースペクトル $S_{P_1}(f)$ が次式で与えられる。

$$S_{P_1}(f) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho^2 U_i U_j C_{D_i} C_{D_j} A_i A_j S_{u_{ij}}(f), \quad S_{u_{ij}}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{R}_{u_{ij}}(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau \quad (21), (22)$$

ここに、 $S_{u_{ij}}(f)$ は変動風速 $u_i(t)$ と $u_j(t)$ のクロススペクトルであり、 $u_i(t)$ と $u_j(t)$ のパワースペクトル $S_{u_i}(f)$ 、 $S_{u_j}(f)$ および無次元クロススペクトル $\tilde{R}_{u_{ij}}(f)$ を用いて以下のように表すことができる。

$$S_{u_{ij}}(f) = \tilde{R}_{u_{ij}}(f) \sqrt{S_{u_i}(f) \cdot S_{u_j}(f)} \quad (23)$$

$\tilde{R}_{u_{ij}}(f)$ は近似的に次式で表すことができる⁴⁾。

$$\tilde{R}_{u_{ij}}(f) = \exp\left(-\kappa \frac{f |\Delta Z_{ij}|}{U_a}\right), \quad \Delta Z_{ij} = Z_j - Z_i, \quad U_a = \frac{U_i + U_j}{2} \quad (24)-(26)$$

ここに、 κ は定数であり、ここでは自然風中での観測結果の平均的な値として 8.0 を用いる。 $S_{u_i}(f)$ および $S_{u_j}(f)$ は、(12)、(13)式を用い、それぞれの高さに対して算定される。また、(20)式において $\tau=0$ とおけば、 $P_1(t)$ の分散 $\sigma_{P_1}^2$ が次式で与えられる。

$$\sigma_{P_1}^2 = R_{P_1}(0) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \rho^2 U_i U_j C_{D_i} C_{D_j} A_i A_j \sigma_{u_i} \sigma_{u_j} r_{u_{ij}} \quad (27)$$

ここに、 σ_{u_i} および σ_{u_j} はそれぞれ $u_i(t)$ と $u_j(t)$ の標準偏差を表す。 $r_{u_{ij}}$ は $u_i(t)$ と $u_j(t)$ の相関係数であり、次式で近似的に表すことができる。

$$r_{u_{ij}} = \exp\left(-\frac{\Delta Z_{ij}}{L}\right) \quad (28)$$

一方、(17)式より、1次一般化変位 $q_1(t)$ のパワースペクトルは、

$$S_{q_1}(f) = \frac{1}{\omega_1^4 \tilde{M}_1^2} |H_1(f)|^2 S_{P_1}(f) \quad (29)$$

ここに、 $H_1(f)$ は1次モードの周波数応答関数であり、 $|H_1(f)|^2$ は次式で表わされる。

$$|H_1(f)|^2 = \frac{1}{[1 - (f/f_1)^2]^2 + 4\zeta_1^2 (f/f_1)^2} \quad (30)$$

(29)式を積分すれば q_1 の分散を求めることができ、近似的に次式で与えられる³⁾。

$$\sigma_{q_1}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{q_1}(f) df \approx \frac{\sigma_{P_1}^2}{\omega_1^4 \tilde{M}_1^2} \left\{ 1 + \frac{\pi}{4\zeta_1} \frac{f_1 S_{P_1}(f_1)}{\sigma_{P_1^2}} \right\} \quad (31)$$

1次一般化変位 q_1 の最大ピーク値は次式のように表わされる。

$$\hat{q}_1 = \bar{q}_1 + g_1 \sigma_{q_1} \quad (32)$$

ここに、 \bar{q}_1 は平均応答であり、次式で算定される。

$$\bar{q}_1 = \frac{\bar{P}_1}{\omega_1^2 \tilde{M}_1} \quad (33)$$

g_1 はピークファクタであり、近似的に次式で算定される¹⁾。

$$g = \sqrt{2 \ln(f_1 T) + 1.2} \quad (34)$$

以上より、ガスト影響係数は次式で与えられる。

$$G_f = \frac{\hat{q}_1}{q_1} = 1 + g_1 \frac{\sigma_{q_1}}{q_1} \quad (35)$$

具体的な数字を代入して計算すると、 $G_f=3.0$ という結果が得られた。この値は通常の建築物の値(2~2.5程度)に比べてかなり大きい。その主な理由は以下の通りである。

- (1) 固有振動数が低く変動風速の動的荷重効果が大きくなる。
- (2) 計算において、幹部分の変動風力の空間相関は考慮しているが、受圧面積が小さいので通常の建築物ほど大きな規模効果はない。
- (3) 一方、受圧面積が大きく構造物全体の応答に大きく寄与する樹冠部については、今回風力に関する詳細なデータがなかったため、全体を1質点として扱った。その結果、樹冠部に作用する変動風力に対して完全相関を仮定していることになり、規模効果による荷重低減がガスト影響係数の値に反映されていない。

6. おわりに

本論では、陸前高田「奇跡の一本松」モニュメントの耐風設計における風荷重評価方法の概要を述べた。構造物の振動特性よりガスト影響係数法に基づく評価法の妥当性を示し、具体的にガスト影響係数を算定する手順を述べた。不明な部分においては、荷重を安全側に評価するよう仮定した。樹冠部の風洞実験では空隙のないソリッドな模型を用いたので、風力係数はかなり大きめに評価されていると考えられる。

参考文献

- 1) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2004。
- 2) Y. Uematsu and M. Yamada: Aerodynamic forces on circular cylinders of finite height, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 51, pp.249-265, 1994.
- 3) 岡内 功, 伊藤 學, 宮田利雄：耐風構造, 丸善, 1977.
- 4) 塩谷正雄：強風の性質—構造物の耐風設計に関連して—, 開発者, 1981(改定新版)。