

## アレイ観測された水平動微動の周波数波数解析法による

### Love 波の位相速度の推定\*

岩手大学 山本英和, 金崎慶次, 齋藤剛

#### 1. はじめに

地震時の揺れやすさを評価するために、地盤の S 波速度構造を把握することが重要である。現在、浅部地盤の S 波速度を把握するために、微動アレイ探査がよく利用されている。微動アレイ探査では、微動の上下動成分を利用することが多く(Okada, 2003), 水平動成分はあまり利用されていない。これは、微動に含まれる表面波のうち Rayleigh 波の分散曲線を利用して S 波速度構造を求めるためである。微動の水平動に含まれる Love 波は識別することが容易ではなく、ほとんどの探査の実用レベルでは利用されていない。しかし、Rayleigh 波は地盤の S 波速度だけでなく P 波速度の影響も受けたため、純粹に S 波速度だけの影響を受ける Love 波の利用が実用化されれば単純に精度向上が期待されるだけでなく、構造の逆解析時の不確定さを減らすことが期待される。水平動解析には齋藤(2007)による水平動微動に周波数波数(fk)解析法を適用した手法がある。この手法は上下動解析に依存せず、純粹に水平二成分から Radial 方向および Transverse 方向に伝播する波動の位相速度を推定可能である。ただし、三成分微動の研究報告は微動計の台数制限の理由などから少なく(藤根ほか, 2014), 観測・解析事例を増やして、機器の配置方法、解析方法などの改良が必要とされる段階である。本研究では、齋藤(2007)の水平動 fk の適用をさぐるため、岩手大学構内で水平動微動を測定し、水平動の位相速度を算定し、手法の適用性を検討する。

#### 2. 微動アレイ観測

微動アレイ観測は、微動を平面的に展開したアレイで同時に観測し、微動に含まれる表面波の位相速度を算出し、その分散関係を満足する地下 S 波速度構造を逆解析する手法である。3 成分微動観測では 4 台の微動計を用いて異なる半径の三角形アレイを別々に観測する方法、7 台の微動計を用いた二重三角形アレイで観測する方法、また、その半径の大きさは 2 倍ごとに変化させて観測するのが主流であった。本研究ではより広範囲で、より幅広い波長をカバーするために 10 台の微動計を使用し、半径の大きさを 3 倍ごとに変化させ三重三角形型に微動計を設置した。三角形の半径はそれぞれ 45m, 15m, 5m である。図 1 にアレイ配置を

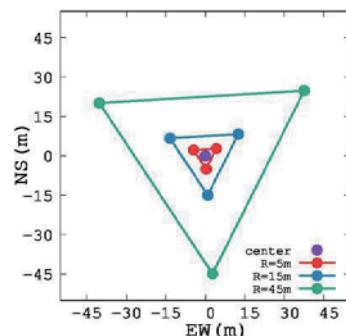


図 1 アレイ配置図

\*Estimation of phase velocities of Love wave from array records of horizontal microtremor by using FK analysis by H. Yamamoto, K. Kanezaki and T. Saito

示す。観測場所は岩手大学理工学部グラウンド、2016年9月4日の8:25-16:25までの8時間観測を行った。本来は三角形の頂点を磁北に合わせる予定であったが、グラウンドの敷地面積の関係上、三角形の頂点を磁北より東方向に56° 32'ずらした配置となっている。使用した微動計は白山工業株式会社製の三成分加速度計(JU310)である。サンプリング周波数は200Hz、時刻はGPSにより同期している。

### 3. 周波数波数解析法

本論文で用いた解析法は、Capon(1969, 1973)が考案した最尤法(MLM)によるfkスペクトルの推定法を斎藤(2007)が多成分に拡張し、水平動二成分のアレイ観測から縦波成分と横波成分を分離する方法である。

#### ・最尤法(MLM)

空間フィルターの係数を $a_j, b_j(j=1,\dots,N)$ とする。ただし、 $N$ は観測点数である。これらの係数を観測された直交する水平二成分にかけると、出力 $w$ は、

$$w(\omega) = \sum_{j=1}^N (a_j u_{xj}(\omega) + b_j u_{yj}(\omega)) \quad (1)$$

と表される。ここで、 $u_x, u_y$ は観測される微動の水平二成分の $x$ 成分、 $y$ 成分を表している。ラグランジェ乗数法を用いて条件付最小問題として解くと、求まるfkスペクトル $P(\omega, k)$ は、

$$P(\omega, k) = (\{e\}^T [S]^{-1} \{e\}^*)^{-1} \quad (2)$$

で表現できる。ただし、\*は転置して複素共役を取るというエルミート転置を意味している。クロススペクトル行列[S]はRadial成分、Transverse成分どちらの場合も

$$[S] = \begin{bmatrix} E[u_{xj}\bar{u}_{xl}] & E[u_{xj}\bar{u}_{yl}] \\ E[u_{yj}\bar{u}_{xl}] & E[u_{yj}\bar{u}_{yl}] \end{bmatrix} \quad (3)$$

で表される。—は複素共役を意味している。

Radial方向の場合、 $\{e\}$ は

$$\{e\} = [(k_x/k)e^{-ik \cdot r_1}, \dots, (k_x/k)e^{-ik \cdot r_N}, (k_y/k)e^{-ik \cdot r_1}, \dots, (k_y/k)e^{-ik \cdot r_N}]^T \quad (4)$$

$(j=1, \dots, N, l=1, \dots, N)$

Transverse成分の場合、 $\{e\}$ は

$$\{e\} = [(-k_y/k)e^{-ik \cdot r_1}, \dots, (-k_y/k)e^{-ik \cdot r_N}, (k_x/k)e^{-ik \cdot r_1}, \dots, (k_x/k)e^{-ik \cdot r_N}]^T \quad (5)$$

$(j=1, \dots, N, l=1, \dots, N)$

となる。また、 $T$ は転置行列を意味している。詳しくは斎藤(2007)を参照されたい。

#### ・成分

微動はEW、NS方向で観測するが、Vertical成分、Radial成分、Transverse成分の三つの成分

の伝播を推定する。Vertical 成分では上下動方向に振動する微動の Rayleigh 波が得られる。Radial 成分では水平動微動のうち進行方向に対して平行な方向に振動する微動の Rayleigh 波を, そして Transverse 成分では水平動微動のうち進行方向に対して垂直な方向に振動する微動の Love 波を得られる。本研究では三成分のうち水平二成分に着目して研究を行った。図 2 に水平二成分の波の種類を示す。青い点は微動計を, L は Transverse 成分の Love 波を, R は Radial 成分の Rayleigh 波を示す。微動計の向きは北に合わせており, またこの図では北から  $\phi$  ずれた方向から振動が微動計に向かってきていると仮定している。

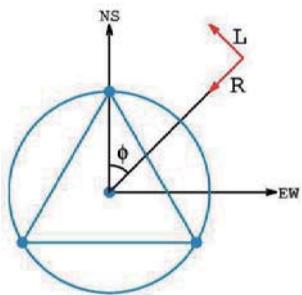


図 2 水平二成分の波の種類

#### 4. fk スペクトル

本研究では水平二成分において基本区間 40.96 秒ごとに FFT によりクロススペクトルを求め, 斎藤(2007)の手法により, (2)式を用いて fk スペクトルを計算した。fk スペクトルは  $k_x$  軸方向,  $k_y$  軸方向に  $\pm k_{max}$  の範囲において計算される。

$$k_{max} = \frac{1000}{2 \times \text{最小地震計間隔}[m]} \quad [1/km] \quad (6)$$

また, fk スペクトルのピークを示した波数から, その周波数における位相速度  $V$  は

$$V = \frac{f}{|k|} \quad (7)$$

で表される。なお,  $f$  は周波数,  $k$  は波数である。fk スペクトルのピークの位置から, 波の到来方向とどのような強さの波が来ているのかを読み取ることができる。

#### 5. fk スペクトルの比較

本研究では, 計算された fk スペクトルを 30 分ごとに平均し, 図示した。図 3 は 10 点三重三角形アレイの 6Hz, 10Hz における水平各成分の fk スペクトルを示している。本研究で行ったアレイ半径に応じた求まる周波数帯の範囲は, 半径 5m では約 10Hz 以上が, 半径 15m では約 5Hz-10Hz 程度, 半径 45m では約 5Hz 以下の範囲の結果を見ることができる。これは地震計間隔が大きいほどより長い波長をとらえることができるためである。10 点三重三角形アレイにおいて, 6Hz においては 10 点三重三角形アレイでは綺麗に方位の分解ができるおり, 様々な方向から微動が来ていること

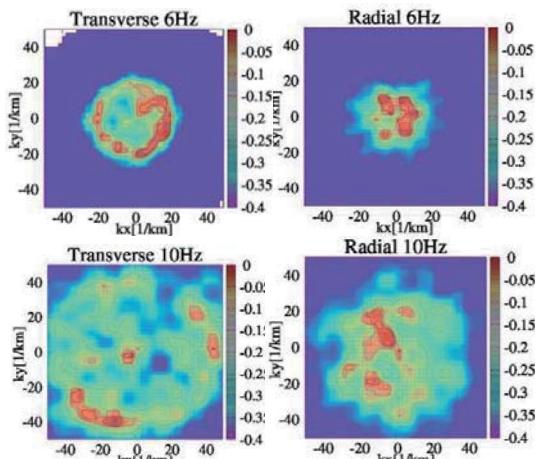


図 3 10 点三重三角形アレイの水平各成分の 6Hz, 10Hz における fk スペクトル

がわかる。しかし、10Hzにおいてはかろうじて方位の分解が出来てはいるものの6Hzに比べて方位の解像度が悪いことがわかる。

## 6. 水平二成分における位相速度の推定

図4、図5は周波数波数解析法により求めたRadial成分の位相速度分散曲線とTransverse成分の位相速度分散曲線である。位相速度分散曲線は各周波数のピークを読み取り、位相速度の変化を読み取ることができる。また、本研究で用いたアレイ配置が、より広い周波数帯でより広い波長をカバーできているかを確かめるために、10点三重三角形アレイの解析結果と、従来の方法である違った大きさの半径ごとの4点三角形アレイの解析結果を組み合わせたものを比較する。理論位相速度は山本(2000)のS波速度モデルを利用して、位相速度の基本モードを計算した。また微動アレイ観測で求めた位相速度分散曲線では、最小地震計間隔の2倍程度から最大地震計間隔の2-3倍程度の波長の範囲が期待される範囲である。

### • Transverse 成分

図4にTransverse成分における位相速度分散曲線を示す。左の図は5m, 15m, 45mの半径ごとの4点三角形アレイの位相速度分散曲線、右の図は10点三重三角形アレイの位相速度分散曲線の図である。黒の曲線は山本(2000)のS波速度構造を利用して計算されたLove波の理論位相速度、期待される範囲は波長10mの青色の線(最小地震計間隔の2倍)から波長234mの紫色の線(最大地震計間隔の3倍)の範囲である。どちらの位相速度分散曲線も約3Hz-4Hzの低周波数帯では観測された位相速度がやや速くなっている。5Hz以上の周波数帯では、4点三角形アレイでは観測Love波と理論Love波が一致しているものの、観測Love波のばらつきが激しい。このことについて、10点三重三角形アレイではばらつきがほとんどなく、理論Love波と観測Love波が広い周波数範囲で一致していることがわかる。

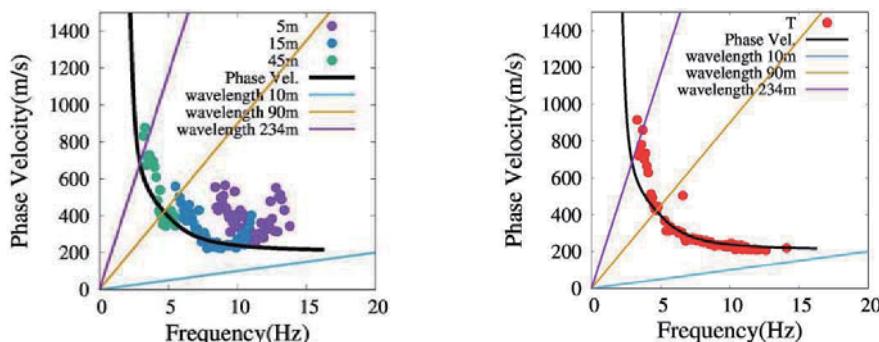


図4 Transverse成分における位相速度分散曲線

左図(半径 5m, 15m, 45m ごとの4点三角形アレイ) 右図(10点三重三角形アレイ)

### • Radial 成分

図5にRadial成分における位相速度分散曲線を示す。図の配置はTransverse成分と同様に左が4点三角形アレイ、右が10点三重三角形アレイの位相速度分散曲線である。黒の曲線は山本(2000)のS波速度構造を利用して計算されたRayleigh波の理論位相速度、期待される範囲は波長10mの青色の線(最小地震計間隔の2倍)から波長156mの紫色の線(最大地震計間隔の2倍)にはさまれた範囲である。5Hz-12Hzに関しては4点三角形アレイと10点三重三角形アレイどちらも理論Rayleigh波と観測Rayleigh波が一致しているが、4点三角形アレイはばらつきが激しく、10点三重三角形アレイでは比較的まとまった位相速度が検出している。しかし、13Hz以上の周波数帯においてはどちらも理論Rayleigh波には一致しておらず、より速い位相速度が検出されていることがわかる。

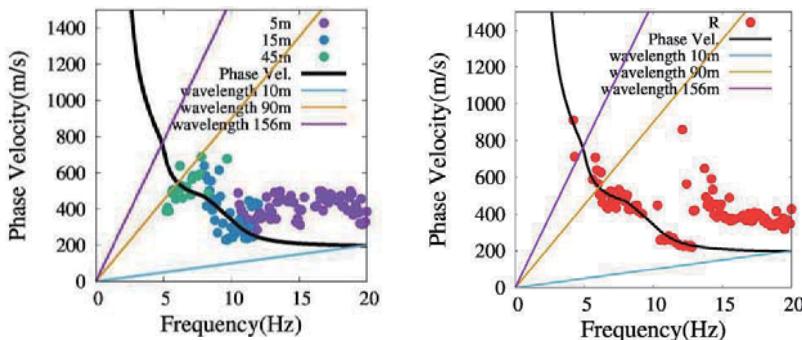


図5 Radial成分における位相速度分散曲線

左図(半径 5m, 15m, 45m ごとの 4 点三角形アレイ) 右図(10 点三重三角形アレイ)

## 7. 考察とまとめ

本研究では斎藤(2007)の手法を用いて、Radial成分とTransverse成分のfkスペクトルおよび位相速度を求め、従来の観測方法である4点三角形アレイ観測で得た解析結果と、新たな試みである10点三重三角形アレイ観測で得た解析結果の比較を行った。

10点三重三角形アレイでは広い周波数帯においてfkスペクトルを算出することができた。しかし、周波数によって精度が劣るところもあった。これは、10点三重三角形では、違う半径のアレイを同時に用いているので、本来その半径の大きさでは結果が期待できない周波数帯と期待される周波数帯の結果が影響しあっていると考えられる。今後は、fkスペクトルをより吟味し、アレイ配置や微動計の個数との関係や、周波数ごとの到来方向と波動場との関係を探る必要がある。

位相速度については、10点三重三角形アレイにおいて、Transverse成分においてより広い周波数帯で、より連続性の高いLove波位相速度を観測することができた。しかし、低周波数帯

では多少のずれがみられたので、今後はその原因を探る必要がある。

Radial 成分においても 10 点三重三角形アレイにおいて連続性の高い Rayleigh 波位相速度を観測することができた。しかし、高周波数帯においては速い位相速度が観測された。今回は理論 Rayleigh 波として、基本モードだけを用いたが、今後はこの速い位相速度が基本モードではなく、高次モード Rayleigh 波である可能性を検討する必要がある。

また、本研究では斎藤(2007)の fk 法を用いたアレイ観測の有効性を示せたが、より信頼性を高めるために、土田ほか(2016)などの他の fk 法の手法も用いて今後検討していく必要もある。

### 謝辞

(国研) 防災科学技術研究所から微動計をお借りしました。記してここに謝意を表します。

### 参考文献

- Capon, J. (1969) : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, Proc. IEEE, 57, 1408-1418
- Capon, J. (1973) : Signal Processing and Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis for a Large Aperture Seismic Array, in *Method in Computational Physics*, 13, 1-59
- 藤根友博・山本英和・齊藤剛・高倉恵(2014) : 周波数波数法と空間自己相関法による水平微動に含まれる Love 波の位相速度推定の検討～岩手大学における例～公益財団法人 物理探査学会第 131 回学術講演会論文集 126-128
- Okada. H. (2003) : *The Microtremor Survey Method*, Geophysical Monograph Series, No. 12, Society of Exploration Geophysicists. p.135
- 斎藤正徳(2007) : 水平二成分アレーを用いた縦波・横波成分の分離, 物理探査, 60, 297-304
- 土田琴世・堀家正則・伊藤信一・羽田浩二(2016) : 二種類の最尤法に基づく水平動 f-k スペクトル解析法の比較, 公益財団法人 物理探査学会第 135 回学術講演会論文集 101-104
- 山本英和(2000) : 三成分微動アレー観測による Love 波の位相速度の推定の試み, 物理探査, 53, 153-166