

孤立波の浅水変形に伴う底面境界層の発達*

東北大学大学院工学研究科 田中 仁
 東北大学大学院工学研究科 Nguyen Xuan Tinh
 東北大学大学院工学研究科 西脇 遼
 秋田大学大学院理工学研究科 渡辺一也

1. はじめに

津波の下での底面せん断力については、これまでマニングの粗度係数に代表される定常流の知見が援用されてきた。ただし、長波による底面境界層に関する実験や数値計算によれば、むしろ波動境界層に類似した特性が報告されている^{1), 2)}。また、近年の著者の研究によれば、波源から浅海域に及ぶ広い範囲において波動境界層の特性を示し、定常流摩擦係数式では底面摩擦を過小評価することが示されている（田中ら³⁾、Nguyen ら⁴⁾）。

著者らによるこれらの研究において、津波の浅水変形は Green 式により評価されており、底面摩擦によるエネルギー損失が無い条件のもとで、境界層外縁流速の特性が既知であるとの前提で解析がなされている。ただし、実際の津波数値計算への波動摩擦係数の導入に当たっては、浅水流方程式による伝播計算と整合的な波動摩擦係数の具体的適用方法を検討する必要がある。そこで、著者ら³⁾は波源において正弦的な波形を与え、浅水変形過程の数値計算の計算手法を提案した。本論文においては孤立波を入力条件として、波源域から浅海部までの一次元伝搬現象について、マニング式を援用する既往の計算法との差違に関する検討を行った。

2. 数値計算方法

(1) 基礎方程式

本研究においては、実務の数値シミュレーションにおいて標準的に使用されるリープフロッギによる計算手法との整合性を考え、それから大きく逸脱せずに、摩擦係数の波動性を加味できる手法を用いることとする。そのため、数値計算の基本方程式には浅水流方程式を用い、差分法にはリープフロッギ法を使用する。既往の計算法と異なるのは、以下に示すように浅水流方程式中の摩擦項の表示である。

(2) 摩擦係数の計算法

通常の津波数値計算においては、以下の様にマニングの粗度係数 n あるいは摩擦係数 f_c を用いた底面摩擦 τ に対する表示式が用いられる。

$$\tau = \frac{\rho g n^2}{h^{1/3}} U|U| = \rho \frac{f_c}{2} U|U| \quad (1)$$

*Development of bottom boundary layer under shoaling solitary wave by Hitoshi Tanaka, Nguyen Xuan Tinh, Ryo Nishiwaki and Kazuya Watanabe

ここで, ρ : 流体密度, g : 重力加速度, U : 断面平均流速, h : 全水深である. 一方, 本研究においては以下では著者ら⁵⁾により提案された, マニングの粗度係数を補正する手法を用いることとする. 田中ら⁴⁾は, 津波のもとでの底面せん断力を評価するために, 通常用いられるマニングの粗度係数 n に係数 a を乗じて, 新たな粗度係数 n_0 を導入することを提唱している. すなわち,

$$n_0 = an \quad (2)$$

とする. ここで, 係数 a の算定法は次式に示すとおりである.

$$a = \begin{cases} \sqrt{\frac{f_w}{f_c}} & \text{for } f_w > f_c \\ 1.0 & \text{for } f_w < f_c \end{cases} \quad (3)$$

$$a = \begin{cases} \sqrt{\frac{f_w}{f_c}} & \text{for } f_w > f_c \\ 1.0 & \text{for } f_w < f_c \end{cases} \quad (4)$$

ここで, f_w : 波動摩擦係数であり, Tanaka⁶⁾, Tanaka・Thu⁷⁾による陽形式の波動摩擦係数算定式を用いた. また, f_c は対数則に基づく定常流摩擦係数を用いた. その他の計算方法は著者ら⁵⁾の既往論文に準じている. 式(2)により, 浅水流方程式中の新たな底面摩擦項は次式の様に表現することが出来る.

$$\tau = \rho \frac{f_w}{2} U |U| = \frac{\rho g n_0^2}{h^{1/3}} U |U| = \frac{\rho g a^2 n^2}{h^{1/3}} U |U| \quad (5)$$

(3) 計算方法および計算条件

数値計算には次の一次元浅水流方程式を用いた.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{M^2}{D} \right) + g D \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\tau}{\rho} = 0 \quad (7)$$

ここで, η : 水位, M : 線流量 ($=UD$), D : 全水深である.

本数値計算においては, 一様な 1/50 勾配の海岸(図-1)における津波の浅水変形を扱った. 数値計算には, 通常使用されている陽形式のリープフロッグ法を用い, 以前の著者ら³⁾による設定条件と同様に, 図-1 に示す水深 4,000m の箇所に津波の波源を与えることとした. ここに, 片振幅 0.5m, 周期 7.5 分の孤立波一波を入力している(図-2 参照). なお, 波動摩擦係数は基本的に正弦波を対象としているため, 厳密には孤立波への適用は出来ない. そこで, 図-2 に示す孤立波は正弦波の半周期に等価であると考え, 孤立波周期の倍の 15 分周期の正弦波に対応するものとして, 波動摩擦係数 f_w を使用した.

初期条件は全域で静水条件として, 沖側端部より孤立波波形を入力した. 空間格子間隔および時間格子間隔は, それぞれ $\Delta x=200m$, $\Delta t=0.5s$ とした. また, 底質粒径は $d=3.0mm$ とし, 相当粗度との関係は $k_s=2d$ とした.

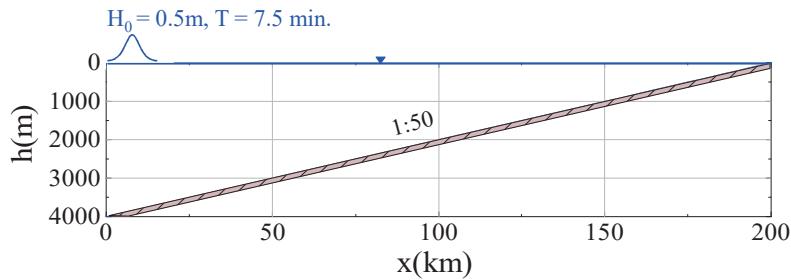


図-1 計算対象断面

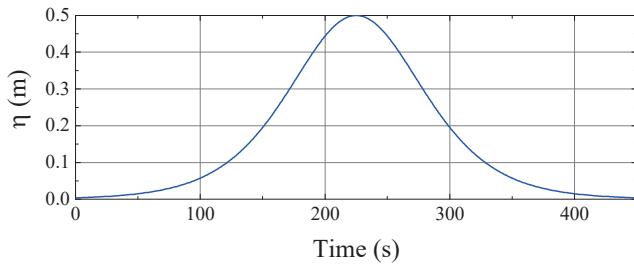


図-2 波源域における入力波形

3. 数値計算結果

(1) 津波の浅水変形

図-3には計算点における時間波形の変化を示している。浅海域に至るにつれて波高が増し、汀線付近においては負の水位も発生している。

図-4は時間の経過に伴う空間波形の変化を示している。図中にはGreenの式による浅水変形過程を鎖線により示しており、良好な一致が見られる。

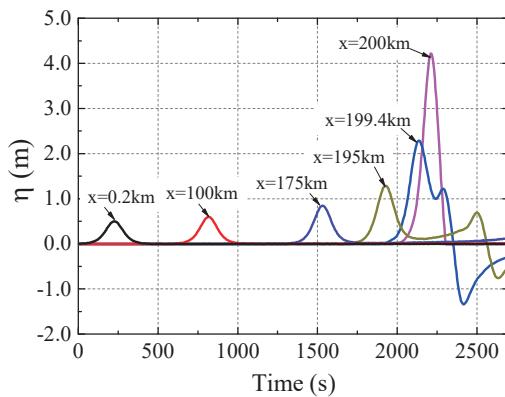


図-3 計算結果の時間波形

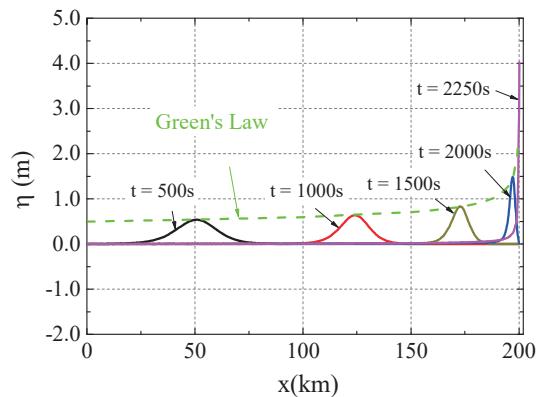


図-4 計算結果の空間波形

(2) 底面せん断力

以下では、本計算手法による Method 1 の他に、通常用いられる手法である定常流抵抗則による Method 2 による結果も示す。図-5(b), 図-5(c)には数値計算から得られる波高、最大流速を示している。二つの方法で差は見られない。一方、このような浅水変形に対して、式(1)の係数 a は図-5(d)の様に変化し、ほぼ全域で 1.0 よりも大きな値を有する。このため、図-5(e)の最大シールズ数では Method 2 が過小評価の値となる。図-5(f)は二つの方法での最大シールズ数の比 (Method 1/Method 2) を示す。浅海に近づくにつれて 1.0 に漸近するが、沖では 10 倍以上の差違が見られる。

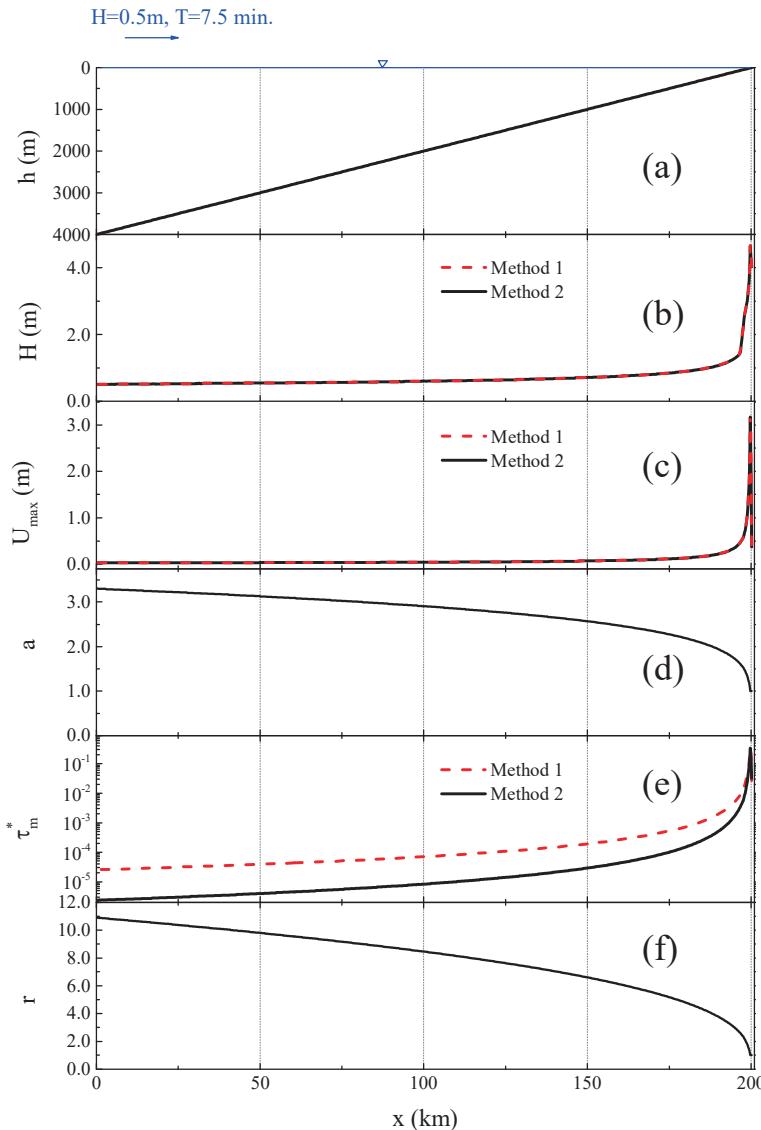


図-5 計算結果

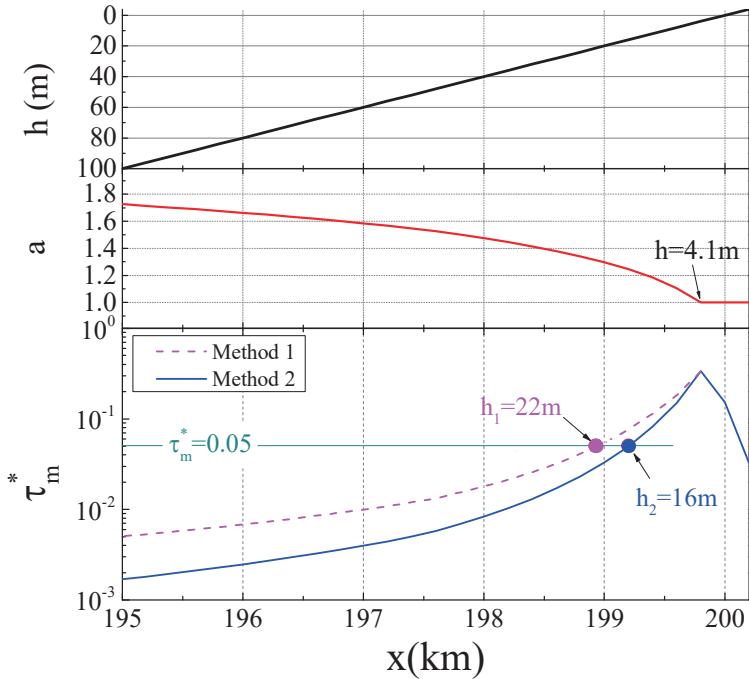


図-6 浅海域の計算結果

図-5に示した結果のうち、浅海域における詳細図を図-6に示している。水深の減少に伴い a は徐々に減少し、4.1mの位置において $a=1.0$ となる。これより以深においては波動摩擦係数を使用し、これより浅いところでは通常の定常流の摩擦係数を使用することが出来る。この様に係数 a を導入したことにより、底面摩擦力の空間分布は従来の計算手法によるものと大きく異なっている。例えば、底質の移動限界に至る最大シールズ数 $\tau_m^*=0.05$ の水深を見ると、既往の手法では16mの深さとなるが、本研究の手法によればより深い22mにおいてすでに底質移動が生じている。

4. おわりに

本研究においては、孤立波の一次元浅水変形に伴う底面せん断力の空間変化の特性を明らかにした。その結果、本研究で提案した新しい手法を用いた場合には、定常流の摩擦係数を用いた計算に比べて過小評価となることを示した。このため、シールズ数が0.05となる移動限界水深は二つの方法によって大きな差違を示すことが判明した。今後、本手法を二次元数値計算に拡張する予定である。

謝辞：本研究の実施に当たって、大成学術財団からの研究助成を受けている。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) Liu, P.L.-F., Park, Y.S. and Cowen, E.A.: Boundary layer flow and bed shear stress under a solitary wave, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.574, pp.449-463, 2007.
- 2) Williams, I.A. and Fuhrman, D.R.: Numerical simulation of tsunami-scale wave boundary layers, *Coastal Engineering*, Vol.110, pp.17-31, 2016.
- 3) 田中 仁, Nguyen Xuan Tinh, 宋 文世: 津波の下での底面境界層発達と底面せん断力の特性, 土木学会論文集B2(海岸工学), Vol.74, No.2, pp.I_313-I_318, 2018.
- 4) Nguyen Xuan Tinh・田中 仁・宋 文正: 乱流モデルを用いた津波の下での底面境界層数値解析, 土木学会論文集B2(海岸工学), Vol.75, No.2, pp.I_13-I_18, 2019.
- 5) Nguyen Xuan Tinh, 田中 仁, 西脇 遼, 渡辺一也: 摩擦係数の遷移特性を考慮した津波伝搬の一次元数値計算, 土木学会論文集B1(水工学) Vol.75, No.2, pp.I_697-I_702, 2019.
- 6) Tanaka, H.: An explicit expression of friction coefficient for a wave-current coexistent motion, *Coastal Engineering in Japan*, Vol.35, No.1, pp.83-91, 1992.
- 7) Tanaka, H. and Thu, A.: Full-range equation of friction coefficient and phase difference in a wave-current boundary layer, *Coastal Engineering*, Vol.22, pp.237-254, 1994.