

## 強い段波の平面二次元挙動特性\*

中央大学研究開発機構 松富英夫

### 1. はじめに

Matsutomi<sup>1)</sup>は斜面海域に斜め入射する津波によって形成されるエッジ・ボア<sup>2)</sup>の海域側での基礎的な平面二次元挙動特性を実験と理論（「段波における波向線法」と呼べる方法）の両面から検討した。その検討に対して、実験では測定の方法や精度の改善が望まれた。理論では強い段波（～碎波段波<sup>3)</sup>）の斜面上での基礎的な平面二次元挙動の解析結果が示されたが、強い段波の伝播がSnellの法則<sup>4,5)</sup>に従う水波（長波）の伝播に比べて直進性が強い理由の説明や他の挙動特性の深化が望まれた。

本研究は上記を背景に「段波における波向線法」用などとして導出された基礎式<sup>1)</sup>の考察・解析を通して、一様勾配斜面上に斜め入射する強い段波の伝播が水波の伝播に比べて直進性が強い理由を説明するとともに段波高の増幅特性の深化を目的とする。

### 2. 基礎式

Matsutomi<sup>1)</sup>は斜面上に斜め入射（入射角 $\alpha$ 、初期入射角 $\alpha_0$ ）する強い段波の挙動を解析するため、次の仮定

- 1) 圧力は静水圧，
- 2) 段波前面の（海）水は静水状態，
- 3) 段波伝播方向（ $x$ 軸方向）の水面傾斜角 $\delta$ は一定，

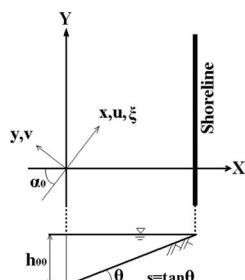


図-1 対象の海底地形と座標系

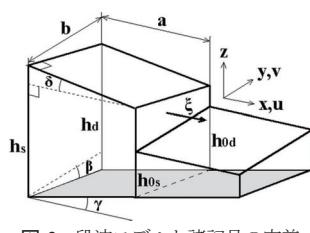


図-2 段波モデルと諸記号の定義

4) 検査領域内の $x$ 軸方向の流速 $u$ と $y$ 軸方向の流速 $v$ は $x$ や $y$ に依存せず、時間 $t$ のみの関数、すなわち $u(t)$ と $v(t)$ ，

5) 検査領域内の段波高 $\Delta(y, t)$ の空間分布は直線を導入し、段波における波向線法と呼べる方法の基礎式群式(1)～(5)を提示した。対象の海底地形や座標系、諸記号の定義を図-1と2に示す。

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= f_1(V, u, v, \xi, V_y) \\ &= bh_{rc}u - b(h_{fc} - h_{0fc})\xi - vV_y \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= f_2(V, u, v, \xi, V_y) \\ &= -\frac{bh_{0fc}u\xi}{V} + \frac{gb}{6V} \left( 3h_{rc}^2 + \frac{V^2}{4a^2} - 4h_{0fc}^2 + h_{0s}h_{0d} \right) \\ &\quad - g \tan \gamma - f \frac{abu\sqrt{u^2 + v^2}}{V} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= f_3(V, u, v, \xi, V_y) \\ &= -\frac{bh_{0fc}v\xi}{V} - \frac{gV_y}{ab} + g \tan \beta - f \frac{abv\sqrt{u^2 + v^2}}{V} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_y}{dt} &= f_4(u, \xi, V_y) \\ &= \frac{V_y u}{a} + b \left( -\frac{V_y}{ab} + \tan \beta \right) \xi \end{aligned} \quad (4)$$

$$\xi = f_5(V, V_y) \quad (5)$$

$$= \sqrt{\frac{gh_{fc}(3h_{fc}^2 + V_y^2/4a^2 - 4h_{0fc}^2 + h_{0s}h_{0d})}{6h_{0fc}(h_{fc} - h_{0fc})}}$$

ここで、 $V$ は平面場 $a \times b$ における検査領域の体積、 $a$ と $b$ は平面場の各辺の長さ（両者の長さの影響は議論済み<sup>1)</sup>）、 $\xi$ は段波伝播速度、 $V_y$ は体積 $V$ の $y$ 微分、 $g$ は重力加速度、 $f$ は摩擦損失係数、 $\beta$ は $y$ 軸方向の斜面傾斜角、 $\gamma$ は $x$ 軸方向の斜面傾斜角、 $s$ は $x$ 軸方向の斜面勾配、 $h_s$ と $h_d$ は検査領域後端（沖側）の浅い側端と深い側端の全水深、 $h_{0s}$ と $h_{0d}$ は検査領域先端（陸側）の浅い側端と深い側端の全水深で、次式群の関係も用いている。

$$\begin{aligned} h_{rc} &= \frac{h_s + h_d}{2} = h_{fc} + a(\tan \gamma + \tan \delta) \\ &= \frac{V}{ab} + \frac{a}{2}(\tan \gamma + \tan \delta) \end{aligned} \quad (6)$$

\* Two-dimensional behavior characteristics of a strong bore over a sloping beach by Hideo MATSUTOMI

$$h_{0,fc} = \frac{h_{0s} + h_{0d}}{2} = h_{0s} + \frac{b}{2} \tan \beta = h_{0d} - \frac{b}{2} \tan \beta \quad (7)$$

$$V_y = a(h_d - h_s) \quad (8)$$

$$\tan \gamma = s \cos \alpha, \quad \tan \beta = s \sin \alpha \quad (9)$$

「辺長 $b$ は $x$ の関数」を許容すれば、基礎式群は河川内のように水域幅が有限で変化する場にも適用できる。

### 3. 段波の条件式と伝播

式(5)は段波面（段波先端の $x=0$ 地点）で普遍的に成立すべき段波条件式で、次のようにして導出される。

段波先端 ( $a \rightarrow 0, V \rightarrow 0$ ) であり、段波伝播方向を $x$ 軸としているので、式(I)の質量保存則と $v=0$ から次式を得る。

$$h_{rc} u = (h_{fc} - h_{0,fc}) \xi \quad (10)$$

ここで、 $h_f$ は全段波水深、 $h_{0f}$ は段波前面静水深である。

$a \rightarrow 0$ の場合、 $V \rightarrow 0$ の関係を用いれば、式(2)の $x$ 方向の運動量保存則から次式を得る。

$$\xi = \frac{g}{6h_{0,fc} u} \left( 3h_{rc}^2 + \frac{V_y^2}{4a^2} - 4h_{0,fc}^2 + h_{0s} h_{0d} \right) \quad (11)$$

$a \rightarrow 0$ の場合、式(6)から $h_r = h_f$ を得る。したがって、式(10)の $u$ を式(11)に代入し、 $h_r = h_f$ の関係を用いれば、式(5)が得られる。

式(5)において $V_y^2/4a^2$ は $0^2/0^2$ の不定形であるが、式(8)から次の有限値が得られる。

$$\frac{V_y^2}{4a^2} = \frac{1}{4} (h_d - h_s)^2 \quad (12)$$

式(7)から次式が得られる。

$$h_{0s} h_{0d} = h_{0,fc}^2 - \frac{b^2}{4} \tan^2 \beta \quad (13)$$

したがって、式(5)は次式のように書き換え（伝播特性の見える化（本章で後述する1)~5)を参照）ができる。

$$\xi = \sqrt{\frac{gh_{fc}}{2h_{0,fc}}} \sqrt{\frac{[h_{fc}^2 - h_{0,fc}^2 + \{(h_d - h_s)^2 - b^2 \tan^2 \beta\}/12]}{(h_{fc} - h_{0,fc})}} \quad (14)$$

水平床 ( $\tan \beta = \tan \gamma = 0$ ) かつ段波高 $\Delta(y)$  ( $=h_f - h_{0f}$ ) の分布が一様な $d\Delta/dy = 0$ の場合、いわゆる理想段波の場合の伝播速度 $\zeta$ は $h_d = h_s$ 、 $\tan \beta = 0$ から次式となる。

$$\zeta_i = \sqrt{gh_{0,fc}} \sqrt{\frac{h_{fc}}{2h_{0,fc}} \left( \frac{h_{fc}}{h_{0,fc}} + 1 \right)} \quad (15)$$

$\zeta$ は段波前面静水深 $h_{0f}$ と相対水深 $h_f/h_{0f}$ のみで決まる。

見える化された式(14)は、段波先端における段波面 ( $y$  軸) 方向の全段波水深 $h_f$ の変化率 ( $=h_d - h_s/b$ ) が同方向の斜面勾配 ( $=\tan \beta$ ) より大きい場合は理想段波の伝播速度（式(15)）より速く伝播し、小さい場合は遅く伝播することを示している。

例えば、図-1に示す一様勾配斜面上の汀線に沿う方向 ( $y$  軸方向) へ伝播する、すなわち段波先端位置が汀線に対して直角 ( $x$  軸と平行) 方向に分布する強い段波を考える。この場合の段波の平面二次元伝播は段波高 $\Delta(y)$ の分布パターンにより次の5パターンが考えられる。

- 1) 段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行く（段波前面静水深 $h_{0f}$ が深くなる）につれて高くなる場合、各位置の段波伝播速度 $\zeta$ は各位置の段波前面静水深に対応した理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ より速く、段波は水深の深い方、浅い方や直線的に伝播し得る。水深の深い方への伝播や直線的な伝播は水波の常に水深の深い方への伝播と異なる。
  - 2) 段波高 $\Delta(y)$ が一様な場合、各位置の段波伝播速度 $\zeta$ は各位置の段波前面静水深 $h_{0f}$ に対応した理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ と同じで、段波は水深の深い方へ伝播する。
  - 3) 段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行くにつれて低くなり、段波先端の全段波水深 $h_{0f}$ の低下が斜面位の低下と同じになるまでは、各位置の段波伝播速度 $\zeta$ は各位置の段波前面静水深 $h_{0f}$ に対応した理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ より遅く、段波は水深の深い方へ伝播する。
  - 4) 段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行くにつれて低くなり、段波先端の全段波水深 $h_{0f}$ の低下が斜面位の低下と同じ場合、各位置の段波伝播速度 $\zeta$ は各位置の段波前面静水深 $h_{0f}$ に対応した理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ と同じで、段波は水深の深い方へ伝播する。
  - 5) 段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行くにつれて低くなり、段波先端の全段波水深 $h_{0f}$ の低下が斜面位の低下より大きい場合、各位置の段波伝播速度 $\zeta$ は各位置の段波前面静水深 $h_{0f}$ に対応した理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ より速く、段波は水深の深い方へ伝播する。
- 一様勾配斜面上の汀線に沿う方向へ伝播する強い段波の場合であるが、一般的に考え得る段波高 $\Delta(y)$ の分布パターンにおいて、一部のパターン（1）において述べた段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行くにつれて高くなり、 $d\Delta/dy \geq 0$ の場合）を除けば、段波は水深の深い方へ伝播しようとする性質を持つ。これは、強い段波の伝播は水波の伝播に比べて直進性が強いことを示している。

### 4. 段波高の増幅

段波先端の全段波水深 $h_{0f}$ の増幅を検討対象とする。

式(10)から、段波先端において次式の関係を得る。

$$u = \left( 1 - \frac{h_{0,fc}}{h_{fc}} \right) \xi \quad (16)$$

式(16)は、 $x$ 軸方向流速 $u$ を検査領域内において一様と仮定しているので、検査領域内のどこにでも適用できる。

式(6)から、検査領域の体積 $V$ として次式を得る。

$$V = abh_{fc} + \frac{a^2 b}{2} (\tan \gamma + \tan \delta) \quad (17)$$

式(17)を式(1)に代入し、その後に式(6)と(8)を用いて変形すれば、次式を得る。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} = \frac{1}{a}(h_{fc} + a(\tan \gamma + \tan \delta))u - \frac{1}{a}(h_{fc} - h_{0,fc})\xi - v \frac{h_d - h_s}{b} \quad (18)$$

$\Delta(y)$ を $h_0$ 地点、 $\Delta(y+b)$ を $h_0$ 地点の段波高とすれば、次式群を得る（図-2参照）。

$$h_s = h_{0,s} + \Delta(y) + a(\tan \gamma + \tan \delta) \quad (19)$$

$$h_d = h_{0,d} + \Delta(y+b) + a(\tan \gamma + \tan \delta) \quad (20)$$

$$\frac{h_d - h_s}{b} = \tan \beta + \frac{d\Delta(y)}{dy} \quad (21)$$

$y$ 軸方向流速 $v$ の時間変化と底面摩擦の影響は小さいとし、式(8)、(17)、(21)を用いれば、式(3)から次式<sup>1)</sup>を得る。

$$v \cong -\frac{ag}{h_{0,fc}\xi} \left( h_{fc} + \frac{a}{2}(\tan \gamma + \tan \delta) \right) \frac{d\Delta(y)}{dy} \quad (22)$$

式(18)を式(16)、(21)、(22)を用いて変形すれば、次の段波先端の全段波水深 $h_{fc}$ に関する常微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{dh_{fc}}{dt} &\cong (\tan \gamma + \tan \delta) \left( 1 - \frac{h_{0,fc}}{h_{fc}} \right) \xi \\ &+ \frac{ag}{h_{0,fc}\xi} \left( h_{fc} + \frac{a}{2}(\tan \gamma + \tan \delta) \right) \frac{d\Delta(y)}{dy} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} + \tan \beta \right) \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、段波伝播速度 $\xi$ は式(14)と(21)から次式となる。

$$\xi = \sqrt{\frac{gh_{fc} [h_{fc}^2 - h_{0,fc}^2 + b^2(d\Delta(y)/dy)(d\Delta(y)/dy + 2\tan \beta)/12]}{2h_{0,fc} (h_{fc} - h_{0,fc})}} \quad (24)$$

式(23)は段波先端の全段波水深 $h_{fc}$ の増幅（時間変化）率 $dh_{fc}/dt$ が段波前面静水深 $h_{0,fc}$ 、相対水深 $h_{fc}/h_{0,fc}$ 、斜面勾配 $\tan \beta$ と $\tan \gamma$ 、水面勾配 $\tan \delta$ 、段波高 $\Delta(y)$ の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ に依存することを示している。式(23)は解析的に解くのが難しく、Runge-Kutta法などで数値的に解くことになる。

式(24)は、段波伝播速度 $\xi$ が段波前面静水深 $h_{0,fc}$ や相対水深 $h_{fc}/h_{0,fc}$ の他に諸勾配の中では段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan \beta$ と段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ の両方に依存することを示している（3章の1)～5)を参照）。

以下に具体的な条件下での全段波水深 $h_{fc}$ の増幅やその特徴を示す。

### (1) 段波高 $\Delta(y)$ が一様な場合

段波伝播方向に対して直角方向の水面勾配が0、すなわち段波高 $\Delta(y)$ の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) な場合、式(23)は次式となる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \cong (\tan \gamma + \tan \delta) \left( 1 - \frac{h_{0,fc}}{h_{fc}} \right) \xi \quad (25)$$

式(24)は式(15)となる。

式(25)は段波先端の全段波水深 $h_{fc}$ の増幅率 $dh_{fc}/dt$ が段波前面静水深 $h_{0,fc}$ 、相対水深 $h_{fc}/h_{0,fc}$ 、段波伝播方向の斜面勾配 $\tan \gamma$ と水面勾配 $\tan \delta$ に依存し、段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan \beta$ に依存しないことを示している。

式(25)も数値的に解くことになる。ただし、汀線近傍の非常に強い段波 ( $h_{fc} \gg h_{0,fc}$ ) の場合、式(25)は次式となる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \cong \sqrt{\frac{g}{2h_{0,fc}}} (\tan \gamma + \tan \delta) h_{fc} \quad (26)$$

式(26)を初期条件 $t=0$ のとき、 $h_{fc}=h_{f0}$ で解けば、次式の解を得る。

$$h_{fc} = h_{f0} \exp \left( \sqrt{\frac{g}{2h_{0,fc}}} (\tan \gamma + \tan \delta) t \right) \quad (27)$$

式(27)は段波前面静水深 $h_{0,fc}$ が浅く、段波伝播方向の斜面勾配 $\tan \gamma$ と水面勾配 $\tan \delta$ がともに正値で大きいほど、全段波水深 $h_{fc}$ の増幅が大きいことを示している。

### (2) 水平床の場合

水平床 ( $\tan \beta = \tan \gamma = 0$ ) の場合、式(23)と(24)はそれぞれ次式となる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \cong \tan \delta \left( 1 - \frac{h_{0,fc}}{h_{fc}} \right) \xi + \frac{ag}{h_{0,fc}\xi} (h_{fc} + \frac{a}{2} \tan \delta) \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 \quad (28)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{gh_{fc} [h_{fc}^2 - h_{0,fc}^2 + b^2(d\Delta(y)/dy)^2/12]}{2h_{0,fc} (h_{fc} - h_{0,fc})}} \quad (29)$$

全段波水深 $h_{fc}$ の増幅率 $dh_{fc}/dt$ は段波前面静水深 $h_{0,fc}$ 、相対水深 $h_{fc}/h_{0,fc}$ 、段波伝播方向の水面勾配 $\tan \delta$ と段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ に依存する。

汀線近傍の非常に強い段波の場合、式(28)と(29)はそれぞれ次式となる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \cong \xi \tan \delta + \frac{ag}{h_{0,fc}\xi} (h_{fc} + \frac{a}{2} \tan \delta) \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 \quad (30)$$

$$\xi = \sqrt{\frac{g}{2h_{0,fc}} \left[ h_{fc}^2 + \frac{b^2}{12} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 \right]} \quad (31)$$

式(28)と(30)はともに数値的に解くことになる。

### (3) 水平床かつ段波伝播方向の水面勾配が0の場合

水平床 ( $\tan \beta = \tan \gamma = 0$ ) かつ段波伝播方向の水面勾配 $\tan \delta$ が0の場合、式(28)は次式となる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \cong \frac{agh_{fc}}{h_{0,fc}\xi} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 \quad (32)$$

段波伝播速度 $\xi$ は式(29)のままである。

式(32)も数値的に解くことになる。ただし、汀線近傍の非常に強い段波の場合、段波伝播速度 $\xi$ は式(31)で、式(32)は次式のように近似できる。

$$\frac{dh_{fc}}{dt} \equiv \frac{a \sqrt{\frac{2g}{h_{0,fc}}} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2}{1 + \frac{b^2}{24h_{fc}^2} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2} \quad (33)$$

式(33)を初期条件  $t=0$  のとき、 $h_{fc}=h_{f0}$  で解けば、次式の解を得る。

$$h_{fc} = \frac{1}{2} \left[ A + \sqrt{A^2 + \frac{b^2}{6} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2} \right] \quad (34)$$

ここで、

$$A = \left[ a \sqrt{\frac{2g}{h_{0,fc}}} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 t + h_{f0} - \frac{b^2}{24} \left( \frac{d\Delta(y)}{dy} \right)^2 \frac{1}{h_{f0}} \right] \quad (35)$$

式(34)は段波前面静水深  $h_{0,fc}$  が浅く、段波高の分布勾配  $d\Delta(y)/dy$  が大きいほど、全段波水深  $h_{fc}$  の増幅率が大きいことを示している。段波高の分布勾配の貢献度については後述する。

#### (4) 水平床で段波伝播方向およびそれと直角方向の水面勾配が0の場合

水平床 ( $\tan\beta=\tan\gamma=0$ ) で段波伝播方向およびそれと直角方向の水面勾配が0、すなわち  $\tan\delta=0$  で段波高  $\Delta(y)$  の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) な場合、全段波水深  $h_{fc}$  は不变である。

### 5. 段波の挙動例

#### (1) 段波の伝播

3章で示した段波高  $\Delta(y)$  の5分布パターンにおける段波伝播速度  $\xi$  (式(24)) の空間分布例を記述した1)~5)の順に図-3に示す。図中には理想段波の伝播速度  $\xi_0$  や水波 (線形長波) の伝播速度  $C=\sqrt{gh_{0,fc}}$  も示されている。段波先端位置は汀線に対して直角 (X軸と平行) 方向に分布し、 $b=2$  mを採用している。各図において、段波伝播速度  $\xi$  と理想段波の伝播速度  $\xi_0$  が重なって見えるが、3章で記述した5パターンの伝播速度が実現されている。この重なりは、諸条件下の段波伝播速度  $\xi$  は段波高  $\Delta(y)$  と段波前面静水深  $h_{0,fc}$  が決まれば、理想段波の伝播速度  $\xi_0$  で近似できることを示している。また、最上段の図に示された段波高  $\Delta(y)$  が沖へ行くにつれて高くなる場合を除き、段波は水深の深い方へ伝播しようとすることが判る。

#### (2) 段波高の増幅

図-4と5に段波前面静水深  $h_{0,fc}=1$  m、段波高  $\Delta(y)=4$  m、 $a=b=2$  mとし、諸勾配と同じ値 ( $\tan\beta=\tan\gamma=\tan\delta=d\Delta(y)/dy$ ) などとした場合の全段波水深  $h_{fc}$  の増幅率  $dh_{fc}/dt$  (式(23)) と段波伝播速度  $\xi$  (式(24)) の諸勾配への依存例を示す。段波前面静水深と段波高の条件は図-3に示した例における最も浅い段波前面静水深でのものと同じである。

図-4から、次のことが判断される。

- 1) 全段波水深  $h_{fc}$  の増幅率  $dh_{fc}/dt$  は諸勾配が大きくなるにつ

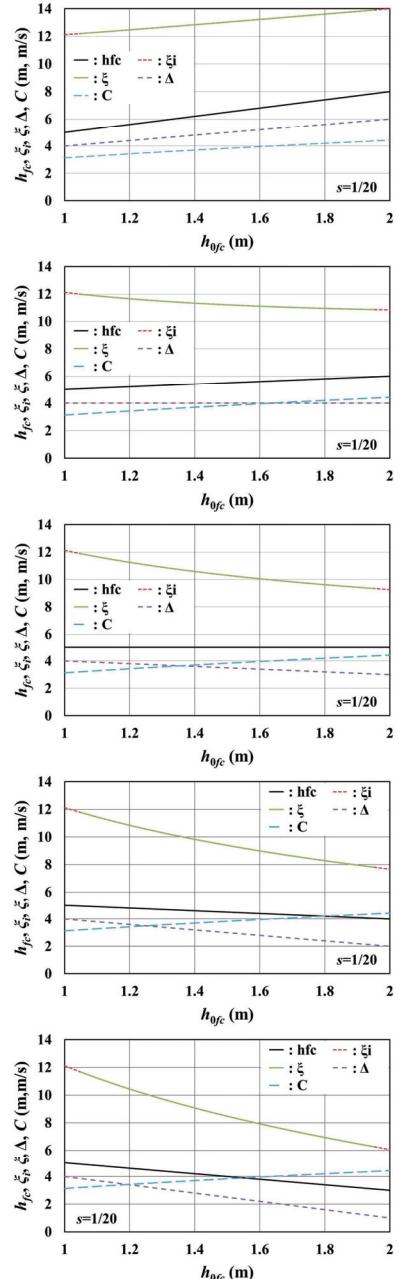


図-3 段波高  $\Delta(y)$  の分布パターン毎の段波伝播速度  $\xi$  の空間分布例 (段波先端位置は汀線に対して直角 (X軸と平行) 方向に分布。 $s=\tan\beta$ ,  $\tan\gamma=0$ ,  $b=2$  m)

れてほぼ線形的に大きくなる。この増幅率に数値計算における時間間隔  $\Delta t$  を乗じることで、諸勾配を同じなどとした場合の時間ステップ毎の全段波水深  $h_{fc}$  の増幅高が評価できることになる。

- 2) 段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan\beta$ が0の場合が全段波水深の増幅率 $dh_f/dt$ が一番大きい。  
 3) 段波高 $\Delta(y)$ の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ は全段波水深の増幅率 $dh_f/dt$ にほとんど寄与しない。  
 4) 段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ と水面勾配 $\tan\delta$ が0の場合、段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan\beta$ や段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ が存在しても、全段波水深の増幅率 $dh_f/dt$ は0である。

図-5から、次のことが判断される。

- 1) 諸勾配が大きくなつても、段波伝播速度 $\zeta$ はほとんど変化しないことが判る（図-5の縦軸目盛りに注意）。これは、斜面上における段波伝播速度 $\zeta$ が段波前面静水深 $h_{fc}$ と段波高 $\Delta(y)$ 、すなわち $h_{fc}$ と相対水深 $h_f/h_{fc}$ （理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ ）でほぼ決まることを示している。  
 2) 敢て言えば、全段波水深 $h_f$ の増幅率 $dh_f/dt$ の場合と同様、段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan\beta$ が0の場合の段波伝播速度 $\zeta$ が一番速い。  
 3) 段波高 $\Delta(y)$ の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) の場合、他の勾配が0でなくとも、段波伝播速度 $\zeta$ は理想段波の伝播速度 $\zeta_0$ である（3章の2)参照)。

図-6に段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ と水面勾配 $\tan\delta$ が同じ値とした場合の全段波水深 $h_f$ の増幅率 $dh_f/dt$ の空間分布例を示す。段波前面静水深 $h_{fc}$ と段波高 $\Delta(y)$ の条件は図-3に示した中段の図の場合と同じで、 $a=b=2$  mである。図から、1)両勾配（どちらか一方でもよい）が大きくなれば、2) 段波前面静水深が浅くなれば、全段波水深 $h_f$ の増幅率 $dh_f/dt$ は大きくなることが判る。考察2)は、3章における考察の繰り返しとなるが、強い段波は水深の深い方へ伝播しようとする性質、すなわち水波の伝播に比べて直進性が強いことを示している。

図-7に段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ と水面勾配 $\tan\delta$ を同じ値のパラメータとして、段波高 $\Delta(y)$ の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) かつ非常に強い段波の場合の全段波水深 $h_f$ （式(27)）の増幅の時間 $t$ への依存例を示す。図から、時間 $t$ はもちろんのこと、これらの両勾配が大きくなれば、全段波水深 $h_f$ の増幅高が高くなることが判る。

図-8に段波高 $\Delta(y)$ の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ をパラメータとして、勾配 $\tan\beta$ ,  $\tan\gamma$ ,  $\tan\delta$ が0かつ非常に強い段波の場合の全段波水深 $h_f$ （式(34)）の増幅の時間 $t$ への依存例を示す。ここで、 $a=b=2$  mとしている。図から、段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ は全段波水深 $h_f$ の増幅にはほとんど寄与しないことが判る。これは図-4に対する考察3)と整合しており、式(34)の妥当性を示している。

### (3) 解の検証例

実験値との比較・検討を通して一部の解（式(27)）の有用性を検証する。実験値としてゲート急開による段波で得たMatsutomi<sup>11</sup>のものを採用する。実験値例と実験装置の概略を表-1と図-9に示す。表中、 $h_l$ と $h_0$ はゲート上

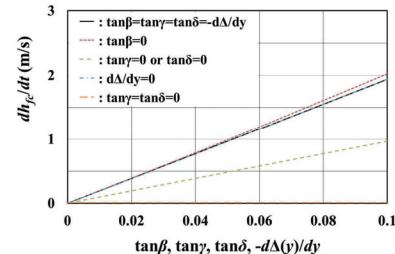


図-4 諸勾配を同じ値などとした場合の全段波水深の増幅率 $dh_f/dt$ の諸勾配への依存例 ( $h_{fc}=1$  m,  $\Delta(y)=4$  m,  $a=b=2$  m)

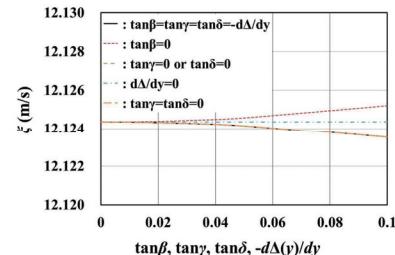


図-5 諸勾配を同じ値などとした場合の段波伝播速度 $\zeta$ の諸勾配への依存例 ( $h_{fc}=1$  m,  $\Delta(y)=4$  m,  $b=2$  m)

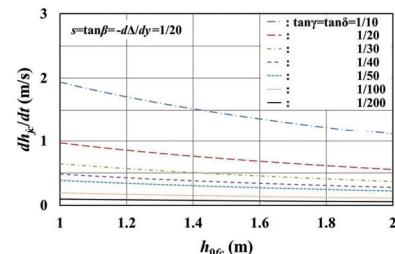


図-6 段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ と水面勾配 $\tan\delta$ が同じ場合の全段波水深の増幅率 $dh_f/dt$ の空間分布例（図-3の中段の図と段波前面静水深 $h_{fc}$ および段波高 $\Delta(y)$ の条件は同じで、 $a=b=2$  m）

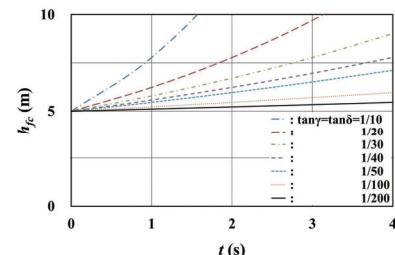


図-7 段波高 $\Delta(y)$ の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) かつ非常に強い段波の場合の全段波水深 $h_f$ （式(27)）の増幅の時間 $t$ への依存例 ( $h_{fc}=1$  m,  $\Delta(y)=4$  m)

・下流側の静水深、 $\Delta_A \sim \Delta_D$ は測点A～Dにおける段波高、 $T_{AC}$ と $T_{BD}$ は測点AC間とBD間の段波の伝播時間である。

検証結果例を図-10に示す。△は測点CまたはD、 $\Delta_0$ は

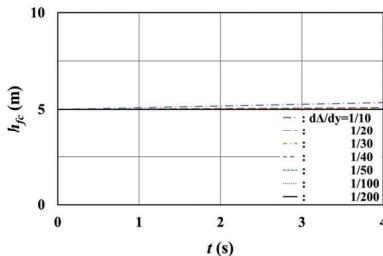


図-8 段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ 毎の全段波水深 $h_f$ （式(34)）の増幅の時間 $t$ への依存例 ( $h_0=1$  m,  $\Delta(y)=4$  m,  $a=b=2$  m,  $\tan\beta=\tan\gamma=\tan\delta=0$ かつ非常に強い段波)

測点AまたはBにおける段波高で、添字eとpは実験値と理論値の区別を示す。凡例の()内の数値は水面勾配 $\tan\delta$ で、解の検証例において採用した値である。図から、1) 理論の段波高増幅率( $\Delta/\Delta_0$ )は $\tan\delta=0$ では実験値に比べてかなり大きめであるが、 $\tan\delta$ の値次第では実験値と同程度になること、2) 理論の相対段波高( $\Delta/h_0$ )は17%（破線）以内の大きめであることが判る。理論値が大きめの一理由として、式(25)を式(26)とした近似過程から理解されるように、検証対象段波があまり強い段波でないことが考えられる。

## 6. おわりに

本研究で得られた主な結果は次の通りである。

- 1) 段波伝播速度 $c_s$ は段波前面静水深 $h_{0e}$ 、段波高 $\Delta(y)$ （全段波水深 $h_f$ と $h_{0e}$ の比である相対水深 $h_f/h_{0e}$ とも言える）、段波伝播方向に対して直角方向の斜面勾配 $\tan\beta$ と段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ の四つに依存する（式(24)）。
- 2) 段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ や斜面勾配 $\tan\beta$ の段波伝播速度 $c_s$ への影響を論じ、強い段波の伝播は水波の伝播に比べて、一部の条件（図-3の最上段の図において示したように、段波高 $\Delta(y)$ が沖へ行くにつれて高くなり、 $d\Delta/dy \geq 0$ の場合）を除き、直進性が強いことを示した（図-3, 6）。
- 3) 諸条件下の段波伝播速度 $c_s$ は段波前面静水深 $h_{0e}$ と相対水深 $h_f/h_{0e}$ でほぼ決まり、理想段波の伝播速度 $c_s$ で近似できる（図-3, 5）。
- 4) 平面二次元的な全段波水深 $h_f$ の増幅率 $dh_f/dt$ を初めて理論的に論じ、増幅率は段波前面静水深 $h_{0e}$ 、相対水深 $h_f/h_{0e}$ 、斜面勾配 $\tan\beta$ 、段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ と水面勾配 $\tan\delta$ 、段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ の六つに依存し、諸勾配が大きくなれば（図-4, 6）、また段波前面静水深が浅くなれば（図-6）、大きくなることを示した。
- 5) 段波高 $\Delta(y)$ の分布が一様 ( $d\Delta/dy=0$ ) かつ非常に強い段波の場合については全段波水深 $h_f$ の近似解を導出し、段波伝播方向の斜面勾配 $\tan\gamma$ や水面勾配 $\tan\delta$ が大きくなれば、全段波水深 $h_f$ の増幅高が高くなることを示した（図-7）。
- 6) 勾配 $\tan\beta$ ,  $\tan\gamma$ ,  $\tan\delta$ が0かつ非常に強い段波の場合につ

表-1 段波挙動実験の条件と結果例<sup>1)</sup>

$h_1$ (cm)	$h_0$ (cm)	$S$ (-)	$\theta_0$ (°)	$\Delta_A$ (cm)	$\Delta_B$ (cm)	$\Delta_C$ (cm)	$\Delta_D$ (cm)	$T_{AC}$ (s)	$T_{BD}$ (s)
7				2070	2064	2127	1971	1.0397	1.0383
8	2	0.01	60	2408	2410	2434	2253	0.9621	0.9623
9				2802	2790	2755	2580	0.8840	0.8895

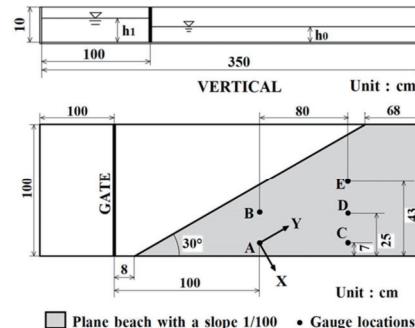


図-9 実験水路の概略と一様勾配斜面・測点の配置( $s=1/100$ )

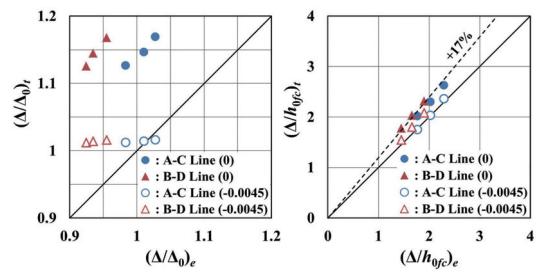


図-10 実験値と理論値の比較例（左図：段波高増幅率、右図：相対段波高、凡例の()内の数値は水面勾配 $\tan\delta$ ）

いても全段波水深 $h_f$ の近似解を導出し、段波高の分布勾配 $d\Delta(y)/dy$ は全段波水深 $h_f$ の増幅にほとんど寄与しないことを示した（図-8）。

- 7) 段波伝播方向の水面勾配 $\tan\beta$ が負の段波の存在が示唆された。また、相対段波高 $\Delta/h_0$ による段波高増幅の検証は実態を反映しにくい（図-10）。

謝辞：本研究は東北大学名誉教授 首藤伸夫先生の参考文献1)に対するご意見を契機としている。謝意を表する。

## 参考文献

- 1) Matsutomi, H.: Two-dimensional Behavior of a Strong Bore over a Sloping Beach, *J. Hydraul. Coast. Environ. Eng.*, JSCE, No.740/II-64, pp.197-208, 2003.
- 2) Shuto, N.: The Nihonkai-Chubu earthquake tsunami on the North Akita Coast, *Coastal Eng. in Japan*, JSCE, Vol.28, pp.255-264, 1985.
- 3) 松富英夫：移動跳水（波状段波）発生条件の検討、第33回水理講演会論文集、pp.271-276, 1989.
- 4) Arthur, R. S.: Refraction of water waves by island and shoals with circular bottom-contours, *Transactions, AGU*, Vol. 27, No. 2, pp.168-177, 1946.
- 5) 佐山順一、後藤智明、首藤伸夫：屈折に関する津波数値計算の誤差、第33回海岸工学講演会論文集、pp.201-205, 1986.