# 新たな底面摩擦算定法を用いた津波の数値計算\*

東北大学大学院工学研究科 西脇 遼

東北大学大学院工学研究科 田中 仁

東北大学大学院工学研究科 Nguyen Xuan TINH

### 1. はじめに

従来の津波の数値計算において、底面せん断力はマニングの粗度係数により算出されていた。こ れは津波が長周期波であり、定常流型の速度分布を仮定しているためである。しかし実際の津波は 非定常流であるため、既往研究においてマニングの粗度係数による底面摩擦の評価は妥当ではない との報告がなされている。実験的研究(首藤<sup>11</sup>)より非線形長波の波高減衰より底面摩擦の評価が 行われたが、底面摩擦は定常流のそれよりもはるかに大きな値を計測した。また2010年チリ地震の 際の津波境界層の実測(Lacy 5<sup>2</sup>)において底面近傍の流速分布が観測された。定常流であるならば 境界層が水表面まで発達しているはずだが、境界層の発達は底面近傍に限られていることが示され た。さらに他の研究において底面摩擦は波動摩擦係数を用いた値に近いことが示された(Williams and Fuhrman<sup>3</sup>)。使用する抵抗則によって津波に伴う土砂移動や地形変化の予測に大きな影響を与 える。そのため底面せん断力を適切に評価する計算が必要とされている。そこで本研究では一次元 モデルの数値計算<sup>4</sup>を踏まえ、平面二次元計算における、マニングの粗度係数nに補正係数aを乗じ た新たな粗度係数n<sub>0</sub>を用いた数値計算を実行し、マニングの粗度係数nを用いた従来の計算手法と の比較を行った。比較においては東日本大震災後に計測された水位の実測値を用いて、どちらの手 法がより正確であるか考察を行い、新たな手法の妥当性を示す。

# 2. 研究手法

数値計算においては2次元浅水流方程式を用いた。式(1)が連続式であり、式(2)、(3)が運動方程 式を示す。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{M^2}{D} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{MN}{D} \right) + g D \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g n_0^2 M}{D^{\frac{7}{3}}} \sqrt{M^2 + N^2} = 0$$
(2)

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{MN}{D}\right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{N^2}{D}\right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gn_0^2 N}{D_3^2} \sqrt{M^2 + N^2} = 0$$
(3)

パラメータは $\eta$ :水位,h:水深,D (= $\eta$ +h):全水深,g:重力加速度,M(=Du):x方向の流量フ ラックス,u:x方向の流速,N(=Dv):y方向の流量フラックス,v:y方向の流速である。

81

<sup>\*</sup>Numerical simulation of tsunami using a new bed shear stress calculation method by Ryo NISHIWAKI, Hitoshi TANAKA and Nguyen Xuan TINH

$$\tau_c = \frac{\rho g n^2}{h^{1/3}} U |U| = \frac{1}{2} \rho f_c U |U|$$
(4)

パラメータは $\rho$ :海水の密度,U:断面平均流速,n(= 0.025):マニングの粗度係数である。本計算では定常摩擦係数 $f_c$ は対数則に基づく式(5)より求める。

$$f_c = \frac{2\kappa^2}{\{\ln\left(\frac{30h}{k_s}\right) - 1\}^2} \tag{5}$$

ここで $\kappa$ はカルマン定数(=0.4)であり, $k_s$ は相当粗度でKamphuis<sup>5)</sup>の既往研究より底質粒径dを用いて $k_s$ =2dとした。一方,波動摩擦係数を用いた底面せん断力 $\tau_w$ は式(6)で算出され,波動摩擦係数 $f_w$ は式(7)で表わされる。

$$\tau_w = \frac{\rho g n_0 2}{h^{1/3}} U |U| = \frac{1}{2} \rho f_w U |U| \tag{6}$$

$$f_{\rm w} = \exp\{-7.53 + 8.07(\frac{30a_m}{k_s})^{-0.100}\}$$
(7)

ここで $k_s$ :相当粗度, $a_m$ :底面水粒子軌道振幅である。底面水粒子軌道振幅は $U_{max}$ / $\sigma$ ( $\sigma$ =2 $\pi$ /T)で表わされるものである。最大流速 $U_{max}$ は式(8)で表わされる。

$$U_{max} = \sqrt{u_{max}^2 + v_{max}^2} \tag{6}$$

ここで $u_{max}$ : x方向の最大流速, $v_{max}$ : y方向の最大流速である。新たな手法においては、マニン グの粗度係数ではなく粗度係数 $n_0$ を使用した。以下にて $n_0$ の導出を示す。新たな粗度係数 $n_0$ の導出 に必要な補正係数aを波動摩擦係数 $f_w$ と定常摩擦係数 $f_c$ より求める。aは式(9),(10)で表わされよう に場合分けされる。 $n_0$ は補正係数aにマニングの粗度係数n(=0.025)を乗ずることで求まる。

$$a = \begin{cases} \sqrt{\frac{fw}{fc}} & for \quad f_w > f_c \\ 1.0 & for \quad f_w < f_c \end{cases}$$
(9) (10)

本研究では新たな手法の導入により繰り返し計算が必要となる。そこで収束条件として最大波高Hを 用いた。数値計算ではまずマニングの粗度係数nを用いて浅水流方程式を計算し,次に式(7),(8)により 算出した補正係数aより求まるn<sub>0</sub>を使用した浅水流方程式を計算する。収束計算を式(11)に示す。

$$\varepsilon = \max \left| H_{(i,j)}^{k+1} - H_{(i,j)}^k \right| \tag{11}$$

ここでkは繰り返し計算の回数, 添字i,jは空間座標および時間座標におけるインデックスを表す。許容誤差 $\epsilon$ を0.01以下として計算を行った結果, k=2において収束条件を満たした。数値計算は前述した浅水方程式を陽形式のLeap-frog schemeで離散化して行う。計算条件に関して表-1に示す。シミュレーションは東北地方太平洋沖地震に伴う津波を対象とし、東北大学モデルVer.1.2を使用した。計算領域は図-1で示した4つの領域でありメッシュ大きい順にR1, R2, R3, R4とした。 領域における計算格子の一辺の長さはそれぞれR1=1215m, R2=405m, R3=135m, R4=45mと1/3ずつ小さくした。数値計算にて波動摩擦係数 $f_w$ を求めるには底面水粒子軌道振幅 $a_m$ が必要である。 $a_m$ を式(12)に示す。

$$a_m = \frac{U_{max}}{\sigma} = \frac{U_{max}T}{2\pi} \tag{12}$$

Tは周期であり一次元計算の際は,正弦波 を用いたり,孤立波の山の部分を1/2周期とし て定義したりすることによって周期を導出し ていた。二次元計算においても規則波から周 期を求めたいが,そもそも津波などの実際の 波は不規則波であるために規則波を用いるこ とはできない。そこで今回は対象領域のメッ シュごとの波高の時間的変化を求め,図-2に 示した不規則波の最大値(○)と最小値(□)ま での時間を半周期とし,メッシュごとの周期 を求めた。

# 3. 結果と考察

まず水位に関するシミュレーション結果を 示す。ここでは従来の計算手法での最大水位  $\eta_{max1}$ と新たな計算手法での最大水位 $\eta_{max2}$ を東北地方太平洋沖地震津波合同調査グル ープ<sup>6</sup>の実測値との平均二乗誤差 (RMSE)を 取り, どちらの手法がより正確か調べた。対 象地点は図-3に示した1968地点である。数値 計算結果はR1からR4において計算された値 を使用する。領域が被っている部分ではより 小さい領域での計算結果を用いた。結果は図 -4に示す。計算領域における水位の傾向に関 してはどちらの手法においても追えていた。 RMSEを取ると従来の手法では7.36m,新た な手法では7.29mとわずかだが誤差が小さく なれにより新たな手法の従来の手法に比べ て正確であることが示された。

次に流速に関する違いを調べた。図-5,図 -6はそれぞれ従来の手法における最大流速 U<sub>max1</sub>(m/s)と新たな手法における最大流速 U<sub>max2</sub>(m/s)を表す。両者を比較すると,値に よって色分けした部分に関して特に差異は 見られなかった。これにより計算手法による 違いは見られないことが明らかとなった。

| 表-1 | 津波シミ | ュレー | ショ | ンの計算条件 |
|-----|------|-----|----|--------|
|-----|------|-----|----|--------|

| 項目                               | 内容  |  |  |
|----------------------------------|---|--|--|
| 断層モデル                            | 1枚の矩形断層における   |  |  |
|                                  | 一様滑りを仮定した断層モデル。   |  |  |
| メッシュ構成                           | ⊿x=∆yとなる正方形格子を用い  |  |  |
|                                  | る。浅海域に向けて格子長を小さ   |  |  |
|                                  | くした計算領域を接続。   |  |  |
| 計算時間                             | 地震発生から5400秒   |  |  |
|                                  |   |  |  |
| 計算時間間隔                           | 0.5秒  |  |  |
| 計算時間間隔<br>初期条件                   | 0.5秒<br>初期水位変動量を海底地盤変位  |  |  |
| 計算時間間隔<br>初期条件                   | <ul><li>0.5秒</li><li>初期水位変動量を海底地盤変位</li><li>量の鉛直成分とする。</li></ul>  |  |  |
| 計算時間間隔<br>初期条件<br>境界条件           | <ul> <li>0.5秒</li> <li>初期水位変動量を海底地盤変位</li> <li>量の鉛直成分とする。</li> <li>沖側境界は自由透過,陸側境界は</li> </ul>   |  |  |
| 計算時間間隔         初期条件         境界条件 | <ul> <li>0.5秒</li> <li>初期水位変動量を海底地盤変位<br/>量の鉛直成分とする。</li> <li>沖側境界は自由透過,陸側境界は<br/>遡上。津波先端部での計算打切り</li> </ul>                            |  |  |
| 計算時間間隔<br>初期条件<br>境界条件           | <ul> <li>0.5秒</li> <li>初期水位変動量を海底地盤変位<br/>量の鉛直成分とする。</li> <li>沖側境界は自由透過,陸側境界は</li> <li>遡上。津波先端部での計算打切り</li> <li>水深は0.1cmとする。</li> </ul> |  |  |



図-1 計算領域

次に底面せん断力に関する違いを調べた。図 -7,図-8はそれぞれ従来の手法における最大底 面せん断力 $\tau_{max1}$ (N/m<sup>2</sup>)と新たな手法における 最大底面せん断力 $\tau_{max2}$ (N/m<sup>2</sup>)を示す。なお最大 底面せん断力 $\tau_{max}$ は式(13)により導出される。

$$\tau_{max} = \frac{1}{2} \rho f U_{max}^2 \tag{13}$$

ここで示す摩擦係数fは従来の手法において は定常流摩擦係数f<sub>c</sub>,新たな手法においては波 動摩擦係数f<sub>w</sub>である。図を比較すると,新たな手法 の底面せん断力が従来の手法より大きい値となる 部分が見受けられた。

次に手法によるパラメータの違いを一次元断面 に取ることにより調べた。調べるに際して深海部か ら浅水部まで一次元断面を取り比較を行った。一次 元断面として使用した箇所を図-9に示す。対象領域 は一番細かいメッシュを使用したR4である。この 断面を取った理由として手法による底面せん断力 の違いが顕著に現れた場所のためである。なお一次 元断面の水平距離は約40kmである。

計算結果を図-10に示す。図は上段より水深h,最 大波高 $H_{max}$ ,最大流速 $U_{max}$ ,補正係数 $a(=\sqrt{f_w/f_c})$ , 最大底面せん断力 $\tau_{max}$ ,最大シールズ数 $\tau^*_{max}$ であ る。シールズ数は底質の移動に関するパラメータで あり、 $\tau^*_{max}$ は式(14)で求められる。

$$\tau_{max}^* = \frac{\tau_{max}}{(\rho_d - \rho)gd} \tag{14}$$

ここでp<sub>a</sub>: 底質の密度である。手法による差異 を調べると最大流速と最大波高に関しては深部か ら浅水部にかけて違いは見られなかった。これに より流速と波高のシミュレーションに関しては従 来の手法と新たな手法のいずれとも用いることが 可能である。次に補正係数aの変動に関して述べ る。補正係数aは深部で1.25程度であり,浅水部に 向かうに従って1.0に漸近している様子が確認で きる。a=1.0となる領域ではこれまでのマニングの



図-2 波高の時間的変化



図-3 実測地点 <sup>000</sup> <sup>1000</sup> <sup>10</sup> 粗度係数を使用した定常流抵抗則の適用が可 能である。次に底面せん断力に関して述べる。 比較すると新たな手法が従来の手法よりも大 きな値を示す領域が確認され,浅海部に向か うほど値の差は小さくなっている。すなわち 従来の手法における底面せん断力の過小評価 が明らかとなった。最後にシールズ数に関し て述べる。今回は限界シールズ数で(=0.05)を 用いて底質が移動を始める深さの差異につい て考察した。シールズ数の図において横軸に 水平な線が限界シールズ数でである。で、に到 達する地点より,新たな手法でのより深い場 所からの底質の移動が確認された。

# 4. 終わりに

本研究では、平面二次元計算において新た な粗度係数moを用いた手法による数値計算を 行い、従来の手法との比較を通じて新たな手 法がより正確であるか調べた。水位の実測値 との誤差を計算すると新たな手法の誤差が 従来の手法よりも小さくなり、新たな手法の 有効性が示された。また、最大流速と最大波 高に関しては両手法に差異は見られなかっ た。しかし底面せん断力とシールズ数に関し ては手法の比較において違いが確認され、深 部からごく浅い領域までの広い範囲で新た な手法の値が大きいものとなり、より深部か らの底質の移動が確認された。以上より津波 に伴う土砂移動や地形変化に際して、従来の 手法よりも新たな手法が有効である。

謝辞:本研究に対して,大成学術財団から助 成を受けた。ここに記して謝意を表する。

#### 参考文献

1) 首藤伸夫: 海底摩擦による非線形長波の











図-7 従来の手法の底面せん断力Tmax1

減衰, 第22回海岸工学講演会論文集, pp.65-68, 1975.

- Lacy, J.R., Rubin, D.M. and Buscombe, D. : Currents, drag, and sediment transport induced by a tsunami, *Journal of Geophysical Research*, Vol.117, No.C9, 2012.
- Williams, I.A. and Fuhrman, D.R.: Numerical simulation of tsunami-scale wave boundary layers, *Coastal Engineering*, Vol.110, pp.17-31, 2016.
- Nguyen Xuan TINH,田中仁,西脇遼, 渡辺一也:摩擦係数の遷移特性を考慮し た津波伝搬の一次元数値計算,土木学会 論文集 B1(水工学), Vol.75, No.2, pp.I\_697-I\_702, 2019.
- Kamphuis, J.W.: Determination of sand roughness for fixed bed, Journal of Hydraulic Research, Vo.12, No.2, pp.193-203, 1974.
- 6) 東北地方太平洋沖地震津波合同調査グル
   ープ:2011年東北地方太平洋沖地震津
   波に関する合同現地調査の報告,2011.



図-8 新たな手法の底面せん断力Tmax2





図-9 一次元断面 A1