

水平床の貯水部を持つダム破壊流れの斜面遡上*

中央大学研究開発機構 松富英夫

1. はじめに

他事への応用をも考慮すれば、基本的なダム破壊流れとして図-1に示すものが考えられる¹⁾。ダム下流側に水が存在する場合^{2,3)}、底面摩擦を考慮する場合も考えられる^{4,5)}。ダム破壊流れの解析条件の分類は文献1)に詳しい。

図-1 a)のダム破壊流れは理論的研究や物理・数値実験的研究においてよく利用されている^{6,7,8)}。b)のダム破壊流れは波浪の越波⁹⁾や津波の遡上¹⁰⁾に関する理論的研究などにおいて利用されているが、理論を検証するために必要となるこのダム破壊流れの物理実験は結構難しい。したがって、越波や遡上の問題などに適用できそうで、物理実験が容易かつ未知なダム破壊流れの理論的検討は有用と思われる。また、図-1に示す基本的なダム破壊流れそれぞれの流況などがどの程度異なるかを知ることも有意義と思われる。

図-1 a)~c)のダム破壊流れについてはすでに理論解が導出されている^{11,9,1)}。c)のダム破壊流れに対する理論解は逆勾配の場合にも適用でき、陸域や陸域と海域にまたがった地滑りによる津波発生問題の入力評価に役立つかもしれない。d)のダム破壊流れについては近似解すら提示されていない。以上を背景に、本研究はd)のダム破壊流れに対する理論解の導出を目的とし、一般性を考えてダム貯水部の底面が一様に逆傾斜した条件で議論する。

2. 理論

図-2に示す底面が一様な「逆勾配斜面部+順勾配斜面部」からなる場合のダム破壊流れを対象とする。順勾配斜面部は反射段波を発生させないほどの緩勾配とする⁸⁾。座標系と諸記号の定義は図-2に示すとおりである。

まず、逆勾配斜面部(領域I)と順勾配斜面部(領域II)の2領域に分けて検討を行う。その後、領域IとIIの検討で得られた知見に基づき、領域Iを領域Iと領域IIIの2領域に分割して領域IIIの検討を行う。

基礎式は摩擦を考慮しない浅水理論とし、特性形の式を採用する。

領域Iにおける基礎式は次式である。

$$u + 2c + i_1gt = \text{const.} \quad \text{on} \quad \frac{dx}{dt} = u + c \quad (1)$$

$$u - 2c + i_1gt = \text{const.} \quad \text{on} \quad \frac{dx}{dt} = u - c \quad (2)$$

ここで、 u は氾濫流速、 $c = \sqrt{gh}$ は長波の波速、 g は重力加速度、 h は氾濫水深、 i_1 (≤ 0 をとり得る)はダム貯水部底

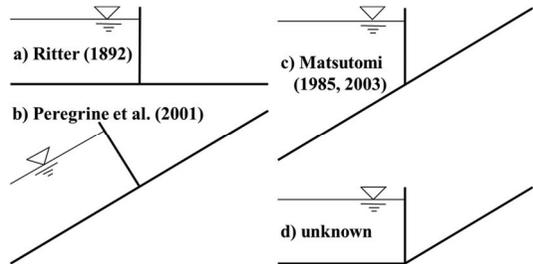


図-1 ドライベッド上の基本的なダム破壊流れの初期条件

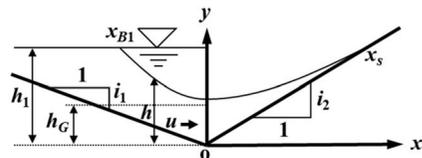


図-2 座標系と諸記号の定義

面の斜面勾配、 x は水平空間座標、 t は時間である。

領域IIにおける基礎式は次式である。

$$u + 2c + i_2gt = \text{const.} \quad \text{on} \quad \frac{dx}{dt} = u + c \quad (3)$$

$$u - 2c + i_2gt = \text{const.} \quad \text{on} \quad \frac{dx}{dt} = u - c \quad (4)$$

ここで、 i_2 (≥ 0)はダム下流氾濫域の斜面勾配である(図-2参照)。

(1) 領域I

領域I(Region I)における前進特性曲線 C_+ と後退特性曲線 C_- に沿う保存量(リーマン不変量)式は次式である¹⁾(図-3参照)。

$$u + 2c + i_1gt = 4c_{B1} - 2c_1 = 2c_1 + 2i_1gt_{B1} \quad (5)$$

$$u - 2c + i_1gt = 2c_1 - 4\sqrt{gh_G} \quad (6)$$

ここで、 c_{B1} は後退波先端位置 x_{B1} ($h_G = h_1$)における長波の波速、 $c_1 = \sqrt{gh_1}$ 、 h_1 は $x=0$ におけるダム上流側の初期貯水深、 t_{B1} は後退波先端位置 x_{B1} の軌跡上の任意に与えられる時間で、 $t_{B1} \geq 0$ 、 h_G は $x=0$ において任意に与えられる $0 \sim h_1$ の底面からの高さで、領域Iでは $h_1 \geq h_G \geq 4h_1/9$ である。式(5)と(6)から次式を得る。

$$u = 2c_1 - 2\sqrt{gh_G} - i_1gt + i_1gt_{B1} \quad (7)$$

*Run-up of inundation flow due to breaking of dam with a horizontal bottom by Hideo MATSUTOMI

$$c = \sqrt{gh_G} + \frac{1}{2}i_1gt_{B1} \quad (8)$$

したがって、後退特性曲線は次の特性微分方程式から求まる。

$$\frac{dx}{dt} = u - c = 2c_1 - 3\sqrt{gh_G} - i_1gt + \frac{1}{2}i_1gt_{B1} \quad (9)$$

後退特性曲線上では h_G が不変であることを考慮して、式(9)を $t=0$ のとき $x=0$ の初期条件で解けば、次の後退特性曲線式を得る。

$$x = \left(2c_1 - 3\sqrt{gh_G}\right)t - \frac{1}{2}i_1gt^2 + \frac{1}{4}\gamma_1i_1gt^2 \quad (10)$$

ここで、 t_{B1}/t (h_G)の関係を導入している¹⁾。 h_G と t_{B1} が決まれば、前進と後退の特性曲線の交点位置 x とそのときの時間 t が定まるので(式(10)と後述の式(20)参照)、 t_{B1} と t の比を h_G のみの関数とすることは妥当である。

領域 I における後退波先端位置 x_{B1} ($h_G=h_1$, $\gamma_1=1$) の軌跡(後退特性曲線でもある)は式(10)から得られ、次式となる¹⁾。

$$x_{B1} = -c_1t - \frac{1}{4}i_1gt^2 \quad (11)$$

後退特性曲線式(10)と式(7)から次式を得る。

$$u = \frac{2}{3}\left(c_1 + \frac{x}{t} - i_1gt + \frac{5}{4}\gamma_1i_1gt\right) \quad (12)$$

式(10)と式(8)から次式を得る。

$$c = \frac{1}{3}\left(2c_1 - \frac{x}{t} - \frac{1}{2}i_1gt + \frac{7}{4}\gamma_1i_1gt\right) \quad (13)$$

領域 I 内の任意の位置 x と時間 t における u と c はそれぞれ式(12)と(13)から評価される。

式(12)と(13)において $i=0$ の水平床とすれば(図-1 d参照)、次式を得る。

$$u = \frac{2}{3}\left(c_1 + \frac{x}{t}\right) \quad (14) \quad c = \frac{1}{3}\left(2c_1 - \frac{x}{t}\right) \quad (15)$$

式(14)と(15)はRitterの解¹¹⁾に他ならない。したがって、水平床の場合は任意の位置 x と時間 t における u , c と氾濫水深 h , そして単位幅流量 $q(=uh)$ が容易に求まる。

前進特性曲線は次の特性微分方程式から求まる。

$$\frac{dx}{dt} = u + c = 2c_1 - \sqrt{gh_G} - i_1gt + \frac{3}{2}i_1gt_{B1} \quad (16)$$

式(16)に後退特性曲線式(10)から得られる次の式(17)

$$\sqrt{gh_G} = \frac{2}{3}c_1 - \frac{1}{3t}x - \frac{1}{6}i_1gt + \frac{1}{12}\gamma_1i_1gt \quad (17)$$

を代入すれば、次式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4}{3}c_1 + \frac{1}{3t}x - \frac{5}{6}i_1gt + \frac{17}{12}i_1gt_{B1} \quad (18)$$

前進特性曲線上では t_{B1} が一定であることを考慮して、式(18)を後退波先端位置 x_{B1} の軌跡である $t=t_{B1}$ のとき $x=x_{B1}=-c_1t_{B1}-i_1gt_{B1}^2/4$ (式(11)参照)の境界条件で解けば、次の前進特性曲線式を得る。

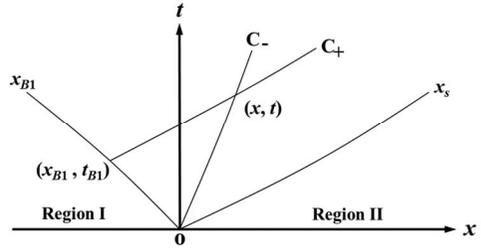


図-3 前進 (C₊) と後退 (C₋) の特性曲線

$$x = 2c_1t - \frac{1}{2}i_1gt^2 + \frac{17}{8}i_1gt_{B1}t - 3c_1t_{B1}^2t^{2/3} - \frac{15}{8}i_1gt_{B1}^3t^{1/3} \quad (19)$$

ここで、 $t_{B1} \geq 0$ である。

式(19)と後退特性曲線式(10)を等置すれば(前進と後退の特性曲線の交点における諸量を対象とすることになる)、次式を得る¹⁾。

$$\gamma_1 = \frac{t_{B1}}{t} = \left(\frac{\sqrt{gh_G} + \frac{5}{8}i_1gt_{B1}}{c_1 + \frac{5}{8}i_1gt_{B1}} \right)^{3/2} \quad (20)$$

式(20)は前進と後退の特性曲線の交点位置 x における時間 t と後退波先端位置 x_{B1} 上の前進特性曲線出発時間(境界時間) t_{B1} の比が h_G で決まること、換言して t_{B1} と t の比は後退特性曲線毎に決まることを示している。ただし、式(20)は下流側が上り斜面などといった底面変化がある場合へは適用できない。

$i=0$ の水平床とすれば、式(20)は次式となる¹⁾。

$$\gamma_1 = \frac{t_{B1}}{t} = \left(\frac{h_G}{h_1} \right)^{3/4} \quad (21)$$

前進特性曲線式(19)において $x=0$, $i=0$, また式(20)において $h_G=4h_1/9$, $i=0$, さらに式(21)において $h_G=4h_1/9$ とすれば、次式を得る。

$$\frac{t_{B1}}{t_{B2}} = \left(\frac{2}{3} \right)^{3/2} \cong 0.544 \quad (22)$$

ここで、 $x=x_{B2}=0$ における t を t_{B2} としている。式(22)は $i=0$ の水平床における前進特性曲線の後退波先端位置 x_{B1} の軌跡上の出発時間 t_{B1} と $x=x_{B2}=0$ への到達時間 t_{B2} の比を示している。 t_{B1}/t_{B2} は0~1の値を取り得て、 $i_1 < 0$ の場合は式(22)の値より小さく、 $i_1 > 0$ の場合は大きくなる。

(2) 領域 II

領域 II (Region II) における前進と後退の特性曲線に沿う保存量式は次式である。

$$u + 2c + i_2gt = 2c_1 + 2i_1gt_{B1} + (i_2 - i_1)gt_{B2} \quad (23)$$

$$u - 2c + i_2gt = 2c_1 - 4\sqrt{gh_G} \quad (24)$$

ここで、 t_{B2} は $x=x_{B2}=0$ 上の任意に与えられる時間で、 $t_{B2} \geq 0$ である。また、領域IIでは $0 \leq h_G \leq 4h_1/9$ である。

式(23)と(24)から次式を得る。

$$u = 2c_1 - 2\sqrt{gh_G} - i_2gt + i_1gt_{B1} + \frac{1}{2}(i_2 - i_1)gt_{B2} \quad (25)$$

$$c = \sqrt{gh_G} + \frac{1}{2}i_1gt_{B1} + \frac{1}{4}(i_2 - i_1)gt_{B2} \quad (26)$$

したがって、後退特性曲線は次の特性微分方程式から求まる。

$$\frac{dx}{dt} = u - c = 2c_1 - 3\sqrt{gh_G} - i_2gt + \frac{1}{2}i_1gt_{B1} + \frac{1}{4}(i_2 - i_1)gt_{B2} \quad (27)$$

後退特性曲線上では h_G が一定であることを考慮して、式(27)を $t=0$ のとき $x=0$ の初期条件で解けば、次の後退特性曲線式を得る。

$$x = \left(2c_1 - 3\sqrt{gh_G}\right)t - \frac{1}{2}i_2gt^2 + \frac{1}{4}\gamma_1i_1gt^2 + \frac{1}{8}(i_2 - i_1)\gamma_2gt^2 \quad (28)$$

ここで、領域Iにおける場合と同様に $t_{B2} = \gamma_2(h_G)$ の関係(後述の式(40)参照)を導入している。

領域IIにおける氾濫流先端位置 x_s ($h_G=0$, $\gamma_1=0$, $\gamma_2=0$)の軌跡(前進と後退の特性曲線でもある)は式(28)から得られ、次式となる¹⁾。

$$x_s = 2c_1t - \frac{1}{2}i_2gt^2 \quad (29)$$

後退特性曲線式(28)と式(25)から次式を得る。

$$u = \frac{2}{3}\left(c_1 + \frac{x}{t} - i_2gt + \frac{5}{4}\gamma_1i_1gt + \frac{5}{8}(i_2 - i_1)\gamma_2gt\right) \quad (30)$$

式(28)と式(26)から次式を得る。

$$c = \frac{1}{3}\left(2c_1 - \frac{x}{t} - \frac{1}{2}i_2gt + \frac{7}{4}\gamma_1i_1gt + \frac{7}{8}(i_2 - i_1)\gamma_2gt\right) \quad (31)$$

領域II内の任意の位置 x と時間 t における u と c はそれぞれ式(30)と(31)から評価される。

式(30)において $x=x_{B2}=0$ の場合を考える。 $x_{B2}=0$ 上では $u=u_{B2}$, $t=t_{B2}$ であるので、次式を得る。

$$u_{B2} = \frac{2}{3}\left(c_1 + \frac{5}{4}i_1gt_{B1} - \left(\frac{3}{8}i_2 + \frac{5}{8}i_1\right)gt_{B2}\right) \quad (32)$$

同様にして、 $c=c_{B2}$ については式(31)から次式を得る。

$$c_{B2} = \frac{1}{3}\left(2c_1 + \frac{7}{4}i_1gt_{B1} + \left(\frac{3}{8}i_2 - \frac{7}{8}i_1\right)gt_{B2}\right) \quad (33)$$

式(32)と(33)の u_{B2} と c_{B2} は、 $t=0$ のときを除き、 $x \leq 0$ の領域Iにおける式(12)と(13)の x を0として得られる次式の $u_{x=0}$ や $c_{x=0}$ と異なる。

$$u_{x=0} = \frac{2}{3}\left(c_1 - i_1gt_{B2} + \frac{5}{4}i_1gt_{B1}\right) \quad (34)$$

$$c_{x=0} = \frac{1}{3}\left(2c_1 - \frac{1}{2}i_1gt_{B2} + \frac{7}{4}i_1gt_{B1}\right) \quad (35)$$

これらの事実は領域IIにある斜面からの反射の影響が

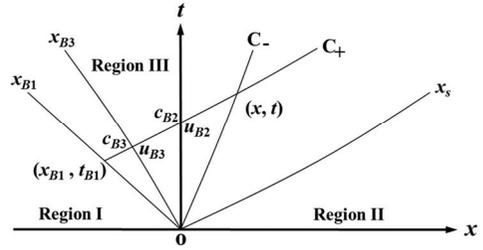


図-4 領域I, II, IIIの概略の位置関係

領域Iに及んでいることを示している。領域I内のこの反射の影響域を領域III (Region III) と呼ぶことにする(図-4参照)。領域IIIの範囲と流況については後述する(2章(3)節参照)。もちろん、領域II内の流況は斜面からの反射の影響を受けたものである。

前進特性曲線は次の特性微分方程式から求まる。

$$\frac{dx}{dt} = u + c = 2c_1 - \sqrt{gh_G} - i_2gt + \frac{3}{2}i_1gt_{B1} + \frac{3}{4}(i_2 - i_1)i_2gt_{B2} \quad (36)$$

式(36)に後退特性曲線式(28)から得られる次の式(37)

$$\sqrt{gh_G} = \frac{2}{3}c_1 - \frac{1}{3}\frac{x}{t} - \frac{1}{6}i_2gt + \frac{1}{12}\gamma_1i_1gt + \frac{1}{24}(i_2 - i_1)\gamma_2gt \quad (37)$$

を代入すれば、次式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{4}{3}c_1 + \frac{1}{3}\frac{x}{t} - \frac{5}{6}i_2gt + \frac{17}{12}i_1gt_{B1} + \frac{17}{24}(i_2 - i_1)i_2gt_{B2} \quad (38)$$

前進特性曲線上では t_{B1} や t_{B2} が一定であることを考慮して、式(38)を $t=t_{B2}$ のとき $x=x_{B2}=0$ の境界条件で解けば、次の前進特性曲線式を得る。

$$x = 2c_1t - \frac{1}{2}i_2gt^2 + \frac{17}{8}i_1gt_{B1}t + \frac{17}{16}(i_2 - i_1)gt_{B2}t - 2c_1t_{B2}^{2/3}t^{1/3} - \frac{17}{8}i_1gt_{B1}t_{B2}^{2/3}t^{1/3} - \left(\frac{9}{16}i_2 - \frac{17}{16}i_1\right)gt_{B2}^{2/3}t^{1/3} \quad (39)$$

式(39)と後退特性曲線式(28)を等置すれば、次式を得る。

$$\gamma_2 = \frac{t_{B2}}{t} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \left(\frac{\sqrt{gh_G} + \frac{5}{8}i_1gt_{B1} + \frac{5}{16}(i_2 - i_1)gt_{B2}}{c_1 + \frac{17}{16}i_1gt_{B1} + \left(\frac{9}{32}i_2 - \frac{17}{32}i_1\right)gt_{B2}} \right)^{3/2} \quad (40)$$

式(40)は式(20)と同意味を有し、領域Iの影響を示している。

(3) 領域III

領域III (Region III) は $x=0$ と領域I内のまだ不明な上流側境界線に挟まれた領域である(図-4参照)。その不明な上流側境界位置 x_{B3} の軌跡と領域内の流況を検討する。

領域IIIにおける前進と後退の特性曲線に沿う保存量式は次式である。

$$u + 2c + i_1gt = u_{B3} + 2c_{B3} + i_1gt_{B3} = 2c_1 + 2i_1gt_{B1} \quad (41)$$

$$u - 2c + i_1gt = u_{B3} - 2c_{B3} + i_1gt_{B3} = \frac{2}{3}\left(-c_1 + 2\frac{x_{B3}}{t_{B3}} + i_1gt_{B3} - \frac{1}{2}i_1gt_{B1}\right) \quad (42)$$

ここで、式(12)と(13)において上流側境界線上の位置 x を x_{B3} 、時間を t_{B3} とした次式を用いている。

$$u_{B3} = \frac{2}{3} \left(c_1 + \frac{x_{B3}}{t_{B3}} - i_1 g t_{B3} + \frac{5}{4} i_1 g t_{B1} \right) \quad (43)$$

$$c_{B3} = \frac{1}{3} \left(2c_1 - \frac{x_{B3}}{t_{B3}} - \frac{1}{2} i_1 g t_{B3} + \frac{7}{4} i_1 g t_{B1} \right) \quad (44)$$

式(41)と(42)から次式を得る。

$$u = -i_1 g t + \frac{2}{3} \left(c_1 + \frac{x_{B3}}{t_{B3}} + \frac{1}{2} i_1 g t_{B3} + \frac{5}{4} i_1 g t_{B1} \right) \quad (45)$$

$$c = \frac{1}{3} \left(2c_1 - \frac{x_{B3}}{t_{B3}} - \frac{1}{2} i_1 g t_{B3} + \frac{7}{4} i_1 g t_{B1} \right) \quad (46)$$

領域Ⅲ内の任意の位置 x と時間 t における u と c はそれぞれ式(45)と(46)から評価される。式(44)と(46)の式形が全く同じであるが、領域Ⅲ内においても c ばかりでなく u も時空間的に変化する。

$x=x_{B2}=0$ 、 $t=t_{B2}$ のとき、式(45)と(46)はそれぞれ式(32)と(33)に一致しなければならない。したがって、式(45)=式(32)、式(46)=式(33)とすれば、両等式から同じ次式を得る。

$$x_{B3} = \left(-\frac{1}{2} i_1 g t_{B3} - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} + \frac{7}{8} i_1 g t_{B2} \right) t_{B3} \quad (47)$$

式(47)は領域Ⅲの上流側境界位置 x_{B3} の軌跡である。この軌跡は特性曲線ではない。

領域Ⅰの前進特性曲線式(19)において $t=t_{B3}$ 、 $x=x_{B3}$ とすれば、次式を得る。

$$x_{B3} = 2c_1 t_{B3} - \frac{1}{2} i_1 g t_{B3}^2 + \frac{17}{8} i_1 g t_{B1} t_{B3} - 3c_1 t_{B1}^{2/3} t_{B3}^{1/3} - \frac{15}{8} i_1 g t_{B1}^{5/3} t_{B3}^{1/3} \quad (48)$$

式(48)と上流側境界位置式(47)を等置すれば、次式を得る。

$$\frac{t_{B1}}{t_{B3}} = \left(\frac{2c_1 + \frac{17}{8} i_1 g t_{B1} - \frac{7}{8} i_1 g t_{B2} + \frac{3}{8} i_2 g t_{B2}}{3c_1 + \frac{15}{8} i_1 g t_{B1}} \right)^{3/2} \quad (49)$$

式(49)は任意に与えられる時間 t_{B2} を既知として t_{B1} と t_{B3} の関係を示す(後述の式(59)参照)。

前進特性曲線は次の特性微分方程式から求まる。

$$\frac{dx}{dt} = u + c = -i_1 g t + \frac{1}{3} \left(4c_1 + \frac{x_{B3}}{t_{B3}} + \frac{1}{2} i_1 g t_{B3} + \frac{17}{4} i_1 g t_{B1} \right) \quad (50)$$

式(50)に式(47)を代入すれば、次式を得る。

$$\frac{dx}{dt} = -i_1 g t + \frac{1}{3} \left(4c_1 + \frac{17}{4} i_1 g t_{B1} - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} + \frac{7}{8} i_1 g t_{B2} \right) \quad (51)$$

式(51)を $t=t_{B2}$ のとき $x=x_{B2}=0$ または $t=t_{B3}$ のとき $x=x_{B3}$ の境界条件で解けば、前者の条件では次の前進特性曲線式を得る。

$$x = \frac{1}{2} i_1 g (t_{B2}^2 - t^2) - \frac{1}{3} \left(4c_1 + \frac{17}{4} i_1 g t_{B1} - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} + \frac{7}{8} i_1 g t_{B2} \right) (t_{B2} - t) \quad (52)$$

式(52)において $t=t_{B3}$ 、 $x=x_{B3}$ とし、式(47)を用いおれば、次式を得る。

$$i_1 g t_{B3} \left(\frac{t_{B2}}{t_{B3}} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(4c_1 + \frac{17}{4} i_1 g t_{B1} - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} + \frac{7}{8} i_1 g t_{B2} \right) \frac{t_{B2}}{t_{B3}} + \frac{2}{3} \left(4c_1 + \frac{17}{4} i_1 g t_{B1} + \frac{3}{4} i_2 g t_{B2} - \frac{7}{4} i_1 g t_{B2} \right) = 0 \quad (53)$$

式(53)は t_{B2}/t_{B3} の二次関数で、その解を得ることができる。 $i_1=0$ の水平床とすれば、式(47)は次式となる。

$$\frac{x_{B3}}{t_{B3}} = -\frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \quad (54)$$

また、式(43)~(46)は式(54)を用いおれば、それぞれ次式となる。

$$u_{B3} = \frac{2}{3} \left(c_1 - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \right) \quad (55) \quad c_{B3} = \frac{1}{3} \left(2c_1 + \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \right) \quad (56)$$

$$u = \frac{2}{3} \left(c_1 - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \right) \quad (57) \quad c = \frac{1}{3} \left(2c_1 + \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \right) \quad (58)$$

領域Ⅲ内の任意の位置 x と時間 t における u と c はそれぞれ式(57)と(58)から評価される。式(57)と(58)の式形はそれぞれ式(55)と(56)のそれと全く同じであるが、 $i_1=0$ の水平床の場合でも領域Ⅲ内の u と c は時空間的に変化する(後述4章の解例を参照)。

$i_1=0$ の水平床とすれば、式(49)、(53)、(52)はそれぞれ次式となる。

$$\frac{t_{B1}}{t_{B3}} = \left(\frac{2c_1 + 3i_2 g t_{B2} / 8}{3c_1} \right)^{3/2} \quad (59)$$

$$\frac{t_{B2}}{t_{B3}} = \frac{4c_1 + \frac{3}{4} i_2 g t_{B2}}{4c_1 - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2}} \quad (60)$$

$$x = -\frac{1}{3} \left(4c_1 - \frac{3}{8} i_2 g t_{B2} \right) (t_{B2} - t) \quad (61)$$

式(54)、(59)、(60)は任意に与えられる時間 t_{B2} を決めれば、そのときの x_{B3}/t_{B3} 、 t_{B1}/t_{B3} 、 t_{B2}/t_{B3} が求まり、順次 t_{B3} 、 t_{B1} 、 x_{B3} 、 t_{B1}/t_{B2} などが評価できることを示している。したがって、同時にそのときの任意の時間 t における位置 x (式(61))、 u (式(57))、 c (式(58))が評価できることになる。

3. 解の評価手順

各領域における汜濫流速 u と長波の波速 c の評価に繰り返し(反復)計算が必要な場合があり、評価がやや面倒かつ評価手順が判りにくい。したがって、本研究目的に従い、 $i_1=0$ の水平床の場合について諸量の評価手順を示す。

(1) 空間波形を評価する場合

a) 領域 I

- 1) 空間波形を出力する希望時間 t_0 を決める。
- 2) t_{B2} を0から小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 x_{B3} を式(54)、 t_{B1} を式(59)から求め(前二者は領域IIIの上流側境界位置 x_{B3} の軌跡評価に相当)、 $t_{B3}=t_0$ となるとき $t_{B1}=t_{B13}$ と $x_{B3}=x_{B30}$ を求める。
- 3) $t=t_0$ とし、 t_{B1} を $t_{B13} \sim t_0$ まで小刻みに増加させ、各 t_{B1} に対応した x を $i=0$ とした前進特性曲線式(19)から求める。
- 4) x 、 t_{B1} 、 $t (=t_0)$ が定まったので、 $i=0$ とした式(12)から氾濫流速 u 、式(13)から長波の波速 c と氾濫水深 h 、そして単位幅流量 $q (=uh)$ を求める。

b) 領域 II

- 1) 空間波形を出力する希望時間 t_0 を決める。
- 2) $t=t_0$ とし、 t_{B2} を $0 \sim t_0$ まで小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した x を $i=0$ とした前進特性曲線式(39)から求める。
- 3) x 、 t_{B2} 、 $t (=t_0)$ 、 $\gamma_2 (=t_{B2}/t_0)$ が定まったので、 $i=0$ とした式(30)から u 、式(31)から c と h 、そして q を求める。

c) 領域 III

- 1) 空間波形を出力する希望時間 t_0 を決める。
- 2) t_{B2} を t_0 から小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 t_{B1} を式(59)から求め、 $t_{B3}=t_0$ となるとき $t_{B2}=t_{B23}$ を求める。
- 3) $t=t_0$ とし、 t_{B2} を $t_0 \sim t_{B23}$ まで小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した x を前進特性曲線式(61)から求める。
- 4) x 、 t_{B2} 、 $t (=t_0)$ が定まったので、式(57)から u 、式(58)から c と h 、そして q を求める。

(2) 時間波形を評価する場合

a) 領域 I

- 1) 時間波形を出力する希望位置 $x=x_0$ を決める。
- 2) $x_{B1}=x_0$ となるとき $t_{B1}=t_{B11}$ を $i=0$ とした式(11)から求める。
- 3) t_{B2} を t_{B11} から小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 x_{B3} を式(54)、 t_{B1} を式(59)から求め、 $x_{B1}=x_0$ となるとき $t_{B2}=t_{B21}$ 、 $x_{B3}=x_0$ となるとき $t_{B1}=t_{B13}$ と $t_{B2}=t_{B23}$ を求める。
- 4) $x=x_0$ とし、 t_{B2} を $t_{B21} \sim t_{B23}$ まで小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 t_{B1} を式(59)から求め、 t を $i=0$ とした前進特性曲線式(19)から繰り返し計算により求める。
- 5) t 、 t_{B1} 、 $x (=x_0)$ が定まったので、 $i=0$ とした式(12)から u 、式(13)から c と h 、そして q を求める。

b) 領域 II

- 1) 時間波形を出力する希望位置 $x=x_0$ を決める。
- 2) t_{B2} を0から時間波形を出力する希望時間 t_0 まで小刻みに増加させる。
- 3) $x=x_0$ とし、2)で小刻みに増加させた各 t_{B2} に対して t を0(または前段階の t) $\sim t_0$ まで小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t を $i=0$ とした前進特性曲線式(39)から繰り返し計算により求める。
- 4) t 、 t_{B2} 、 $x (=x_0)$ 、 $\gamma_2 (=t_{B2}/t)$ が定まったので、 $i=0$ とした式

(30)から u 、式(31)から c と h 、そして q を求める。

c) 領域 III

- 1) 時間波形を出力する希望位置 $x=x_0$ を決める。
- 2) $x_{B1}=x_0$ となるとき $t_{B1}=t_{B11}$ を $i=0$ とした式(11)から求める。
- 3) t_{B2} を t_{B11} から小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 x_{B3} を式(54)、 t_{B1} を式(59)から求め、 $x_{B3}=x_0$ となるとき $t_{B1}=t_{B13}$ と $t_{B2}=t_{B23}$ を求める。
- 4) $x=x_0$ とし、 t_{B2} を t_{B23} から小刻みに増加させ、各 t_{B2} に対応した t_{B3} を式(60)、 t_{B1} を式(59)から求め、 t を $i=0$ とした前進特性曲線式(19)から繰り返し計算により求める。この計算は t が t_0 に達するまで続ける。
- 5) t 、 t_{B1} 、 $x (=x_0)$ が定まったので、 $i=0$ とした式(12)から u 、式(13)から c と h 、そして q を求める。

4. 解例

図-5~7に斜面勾配 $i_1=0$ 、 $i_2=0.01$ 、無次元時間 $T=t\sqrt{g/h_1}=50$ における無次元の氾濫水深 $H=h/h_1$ 、氾濫流速 $U=ul/c_1$ と単位幅流量 $q=qu/h_1c_1$ の空間波形例を示す。比較・検討のため、ダムがある無次元位置 $X=x/h_1=0$ における貯水深 h_1 が同じ場合の他の主なダム破壊流れ(図-1参照)の空間波形例も示す。図から、1)最大の氾濫水深はc)のダム破壊流れ、最小の氾濫水深はb)のダム破壊流れで生じる、2)氾濫流先端部の氾濫水深 H はa)、c)、d)の何れのダム破壊流れでもほぼ同じ、3)何れのダム破壊流れも単位幅流量にピークを持つ、4)b)、c)、d)の何れのダム破壊流れでも先端部の単位幅流量 q はほぼ同じであるが、先端部背後の単位幅流量はb)と他とは大きく異なることが判る。

図-8~10に斜面勾配 $i_1=0$ 、 $i_2=0.01$ 、無次元位置 $X=0$ における無次元の氾濫水深 H 、氾濫流速 U 、単位幅流量 q の経時変化例を示す。比較・検討のため、無次元位置 $X=0$ における貯水深 h_1 が同じ場合の他の主なダム破壊流れの経時変化例も示す。図から、b)のダム破壊流れにおける諸量の経時変化とa)、c)、d)のダム破壊流れにおける諸量の経時変化が大きく異なることが判る。

当初期待していたb)のダム破壊流れをd)のダム破壊流れで代替することは無理と言える。

5. おわりに

本研究で得られた主な結果は次の通りである。

- (1) 水平床の貯水部を持つダム破壊流れがドライベッドの一樣勾配斜面を遡上する場合(図-1 d)参照)の理論解を導出し、その解例を示した。
- (2) 他の主なダム破壊流れとの比較・検討を通して本研究対象のダム破壊流れの特徴を明らかにした。
- (3) 本理論の欠点は理論解が陰関数形式となっており、具体的に理論値を求めるには繰り返し(反復)計算が必要となる場合があることである。

謝辞：科研費(基盤研究(C)、20K05041)の補助を受けた。

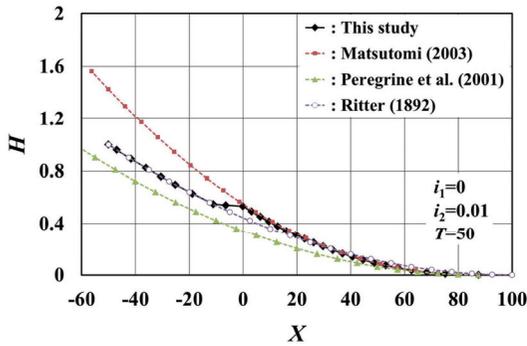


図-5 $T=50$ における氾濫水深 H の空間分布 ($i_1=0, i_2=0.01$)

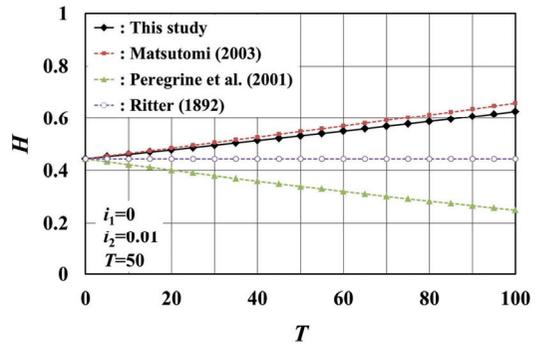


図-8 $X=0$ における氾濫水深 H の経時変化 ($i_1=0, i_2=0.01$)

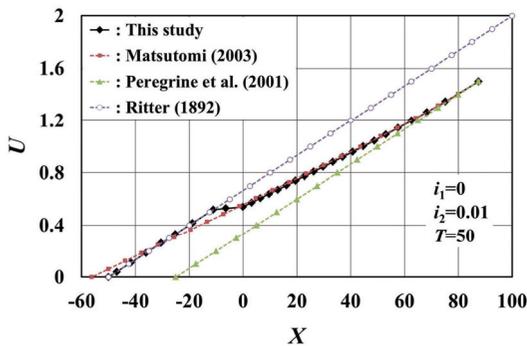


図-6 $T=50$ における氾濫流速 U の空間分布 ($i_1=0, i_2=0.01$)

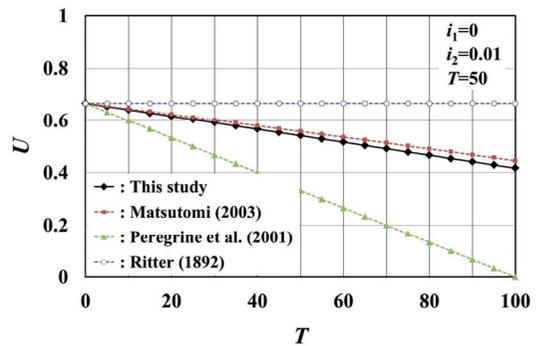


図-9 $X=0$ における氾濫流速 U の経時変化 ($i_1=0, i_2=0.01$)

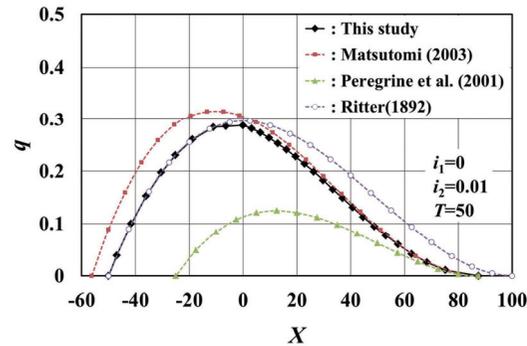


図-7 $T=50$ における単位幅流量 q の空間分布 ($i_1=0, i_2=0.01$)

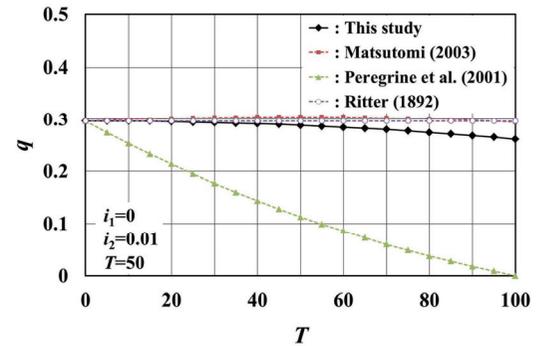


図-10 $X=0$ における単位幅流量 q の経時変化 ($i_1=0, i_2=0.01$)

参考文献

- 1) Matsutomi, H.: Dam-break Flow over a Uniformly Sloping Bottom, *J. Hydraul. Coast. Environ. Eng.*, JSCE, No.726/II-62, pp.151-156, 2003.
- 2) Stoker, J. J.: The formation of breakers and bores, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, Vol.1, pp.1-87, 1948.
- 3) Matsutomi, H.: On the propagation of a bore over a sloping beach, *Coastal Eng. in Japan*, Vol.28, pp.45-58, 1985. または松富英夫：下流側水深を有する場合のダム破壊流れについて，土木学会論文集，No.363/II-4, pp.79-86, 1985.
- 4) Dressler, R. F.: Hydraulic resistance effect upon the dam-break functions, *J. of Res. of the National Bureau of Standards*, Vol.49, No.3, pp.217-225, 1952.
- 5) Whitham, G. B.: The effects of hydraulic resistance in the dam-break

- problem, *Proc. Roy. Soc., A*, Vol.227, pp.399-407, 1955.
- 6) 例えば，Pritchard, D. and Hogg, A. J.: On sediment transport under dam-break flow, *J. Fluid Mech.*, vol.449, pp.265-274, 2002.
- 7) 例えば，松富英夫：碎波段波衝突時の圧力分布と全波力，海岸工学論文集，第38巻，pp.626-630, 1991.
- 8) 例えば，松富英夫：ドライ・ベッド上のダム破壊流れの数値解析，第26回水理講演会論文集，pp.409-416, 1982.
- 9) Peregrine, D. H. and Williams, S. M.: Swash overtopping a truncated plane beach, *J. Fluid Mech.*, Vol.440, pp.391-399, 2001.
- 10) 松富英夫，有川太郎：津波遡上への氾濫水密度の影響，土木学会論文集B2（海岸工学），Vol.76, No.2, pp.391-396, 2020.
- 11) Ritter, A.: Die fortpflanzung der wasserwellen, *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure* (Berlin), Vol.36, pt.2, No.33, pp.947-954, 1892.