数値シミュレーション結果を用いた災害リスク評価*

八戸工業大学　上野　礼慈
八戸工業大学　中村　優真
八戸工業大学　高瀬　慎介

1. はじめに

青森県八戸市の沿岸には地震などの影響で頻繁に津波が来襲するが，防潮堤・堤防を越流すると市街地で甚大な被害をもたらす。東日本大震災では，防潮堤を大きく越える高さの津波が来襲している地域も多い。そのような状況の中，中央防災会議にて最大クラスの津波と発生頻度の高い津波という 2 つの津波レベルの設定の提言があり，国としては発生頻度の高い津波を整備するという方針であり，今後防護施設の役割として完全に浸水を止めるというものではなくなったことは，背後地域のまちづくりにおいても大きく影響すると考えられる。安全なまちづくりに際しては有効な防災計画を立案するため，事前に防災施設(防波堤・防潮堤・堤防等)および市街地の構造物が遡上津波および氾濫流の挙動に及ぼす影響を詳細に検討し，これらが災害時に有効に機能しかつ安全であるかを十分検討することが重要である。

津波の数値解析に関する研究は高度に発展しており，精度の高い評価や予測が可能になってきた。また，災害時においては，被害がどの程度まで及ぶのかといった情報をできるだけ早く取得することが避難行動や災害対応を行う上で非常に重要になる。一方で，一般的に高度な数値解析に関しては計算コストが問題となることに加え，災害は不確実性を非常に多く含む事象であることから，災害が起こった直後にその不確実性までを考慮して災害シミュレーションを行い，その情報をリアルタイムで被害の予測に活かすというのは現状では難しい。そのため計算コストの高い高度な数値解析と，十分な試行回数を求められる確率論的評価を効率的に利用して，リアルタイムの津波の被害予測を行うことのできる枠組みの構築が求められる。

本研究では，不確実性を考慮した異なる計算条件から得られる数値解析結果を利用して，その空間的な分布の相関の特徴をつかみ，低い計算コストで近似的に数値解析と同等の解を得ることを可能にする枠組みを構築し，津波リスク解析 [1)]への適用を提案することを目的とする。

2. 固有直交分解によるモード分解と代理モデルの構築

統計的手法の 1 つである固有直交分解(Proper Orthogonal Decomposition)の理論を数値シミュレーション結果に適用することで，津波のリアルタイムシミュレーションを可能とする枠組みの構築を行う。データに対して固有直交分解を適用するにあたり，データ行列を定義する。あるケースの i のデータをベクトルとして $x_i(i = 1, \ldots, N)$とする。そのベクトル x_i が n 次元，すなわち n 個のデータを持つとき，データ行列 X は以下の様に定義する。

* Disaster risk assessment using numerical simulation results by Reiji Uwano

$$X = \begin{pmatrix} | & & | \\ x_1 & \cdots & x_N \\ | & & | \end{pmatrix}$$

列方向にケース，行方向にデータが次元数の数だけ並ぶ行列であり，この行列について固有直交分解を行う。また，データ行列 X はデータベクトルの集合体のため，ベクトルに縦線を付けて表現する。固有直行分解とは，パラメータ空間において分散が最大となるような基底を抽出する技術であり，データの特徴をつかみ，より低次元でデータを表現する手法である。これはデータ行列の共分散行列 C について固有直行分解を行うことで求めることができる。

$$C = XX^T$$

固有値は分散を意味し，分散が小さい固有値に対応する基底は情報量をほとんど持たないため省略し，全体を縮約して表現できる。基底を省略する際には寄与率を考慮する。寄与率は，固有値の全体に対する割合として使用する基底数を決定するのに用いられる指標であり，基底jの寄与率d_jは固有値を用いて以下の式で与えられる。

$$d_j = \frac{\lambda_j}{\sum_{k=1}^{n} \lambda_k}$$

固有直行分解で得られた基底を用いて代理モデルを作成する。まず，入力パラメータと基底にかかる係数を関連付けることで応答曲面を作成する。基底が分布の特徴を表現し，その特徴の重みが入力パラメータによって決まる。このように各基底にかかる係数部分を入力パラメータの関数として近似することで，任意のケースについて求めたい量を算出することが可能となる。

3. 津波解析データへの適用

これまでに述べてきた固有直交分解を津波の数値解析データに適用する。簡易的なモデルへの適用を行い，その有用性について確認する。

3.1 解析手法と解析条件

支配方程式には，運動量保存則および連続式を用いている。これらに対し，安定化有限要素法のひとつである SUPG/PSPG 法を適用している。

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u - f\right) - \nabla \cdot \sigma = 0$$

$$\nabla \cdot u = 0$$

ここで，ρは密度，uは速度ベクトル，σは応力テンソル，fは物体力ベクトルである。構成則には，次式の Newton 流体の構成則を用いている。

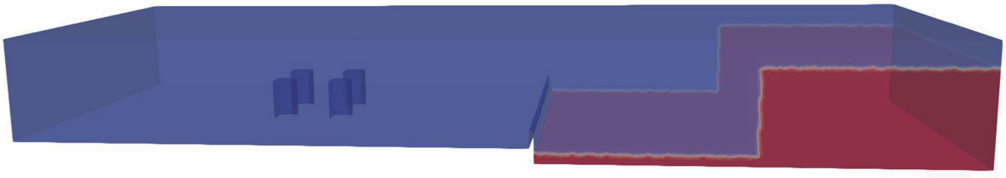
$$\sigma = -pI + 2\mu\varepsilon(u)$$

ここで，pは圧力，μは粘性係数であり，$\varepsilon(u)$は次式で定義される変形速度テンソルである。

$$\varepsilon(u) = \frac{1}{2}(\nabla u + (\nabla u)^T)$$

解析モデルは図－1 に示すものである。解析条件として，t=0 で段波を解放し，建物に模した 4 個の角柱の流体の衝撃力を算出している。考慮する不確実性として防潮堤の高さ（h1）および

初期津波高さ(h2)を変化させた，表－1 に示す 6 ケースの結果を用いる。



図－1　解析モデル

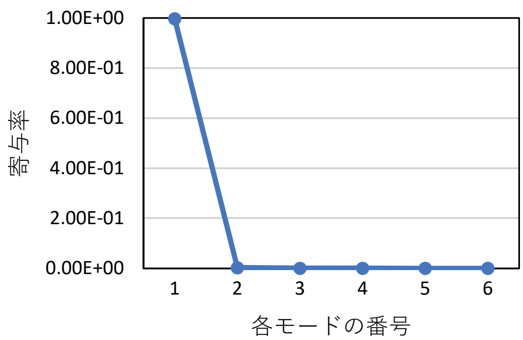
3.2　空間分布データの固有直交分解

各ケースの最大衝撃力(最大流体力)のデータを対象として，空間的な分布のデータを対象とした分析を行う。それぞれのケースにおいて，各建物の最大衝撃力を時系列データから抽出する。これらを並べたものをデータ行列として定義する。ここで，解析ケースは 6 ケース，建物は 4 棟あるため，データ行列は 4×6 のサイズとなる。これに対して固有直交分解を行う。

表－1　解析ケース

case	h1(m)	h2(m)
1	5	20
2	5	30
3	5	40
4	10	20
5	10	30
6	10	40

まず寄与率について確認する。各モードの寄与率は図－2 のようになる。この図から，第 1 モ―ドがこのデータに対して支配的であることが確認できる。モードの選択は，寄与率が重要な指標の 1 つとなるが，寄与率だけでは局所的な変化などを追いきれない可能性があるため，元データを再構築した際に生じる誤差も考慮して削減するモードの数を決定した。r 個のモードを用いて再構築したデータについて，全データの誤差の 2 乗の平均について平方をとった値(平均平方二乗誤差)として次式のように定義する。

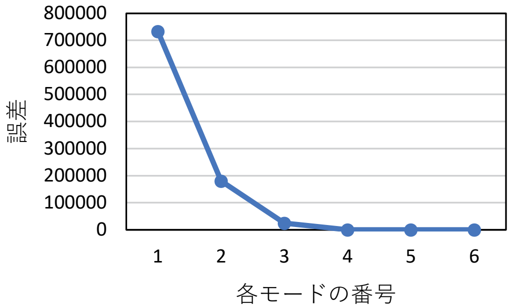


図－2　各モードの寄与率

$$e_r = \sqrt{\frac{1}{nN}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{N}\left(x_{ji} - \hat{x}_{ji}^{r}\right)^2}$$

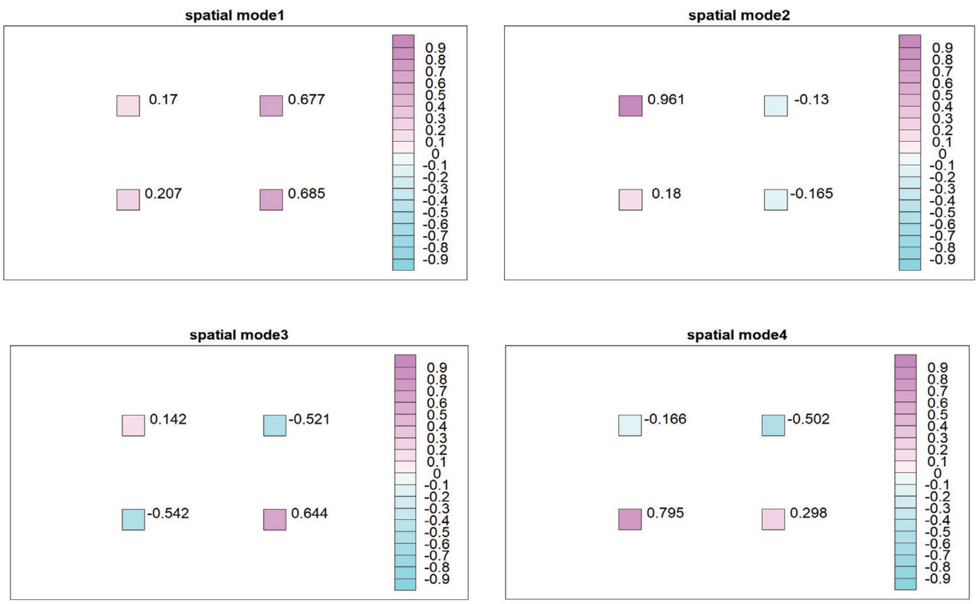
ここで，nが建物数(n=4)，Nがケース数(N=6)である。また，x_{ji}はケース i の j 番目の建物の最大衝撃力，すなわちデータ行列 X の j 行 i 列成分を表しており，$\hat{x}_{ji}^{r}$が r 個のモードを用いて分布を表した時のケース i の j 番目の建物の最大衝撃力である。用いるモードの数と，そのとき

に計算される誤差をプロットしたものを図－3 に示す。この図より，r=4 までは誤差の逓減率が大きくなっている一方で，第 4 モード以降では誤差の逓減率が横ばいになっていることから，第 4 モードまでを用いて代理モデルを作成することとする。



図－3　使用するモード数ごとの誤差

次に，数値解析結果の共分散行列の固有直交分解によって得られた空間モードを図－4 に示す。先述のように 4 つのモードを用いることから，第 1 モードから第 4 モードまでの分布の様子を示す。図に示す数字は，固有ベクトルの各建物に対応する成分の値を示している。空間モードの情報は空間的な相関の特徴を表し，空間的な分布の特徴を表現する。具体的に得られた空間モードについて確認していく。第 1 モードについては，前側の建物ほど強い影響を受けるという傾向が読み取れる。また，第 2 モードについては，1 つの構造物が受ける影響がほかの構造物に比べて大きくなっていることがわかる。さらに第 3 モードについては，第 2 モードと同様に 1 つの構造物が受ける影響がほかの構造物に比べて大きくなっているが，その比率が第 2 モードよりも小さくなっていることがわかる。第 4 モードについても，第 2 モード，第 3 モードと同様の傾向で，影響の比率がことなっているということが読み取れる。

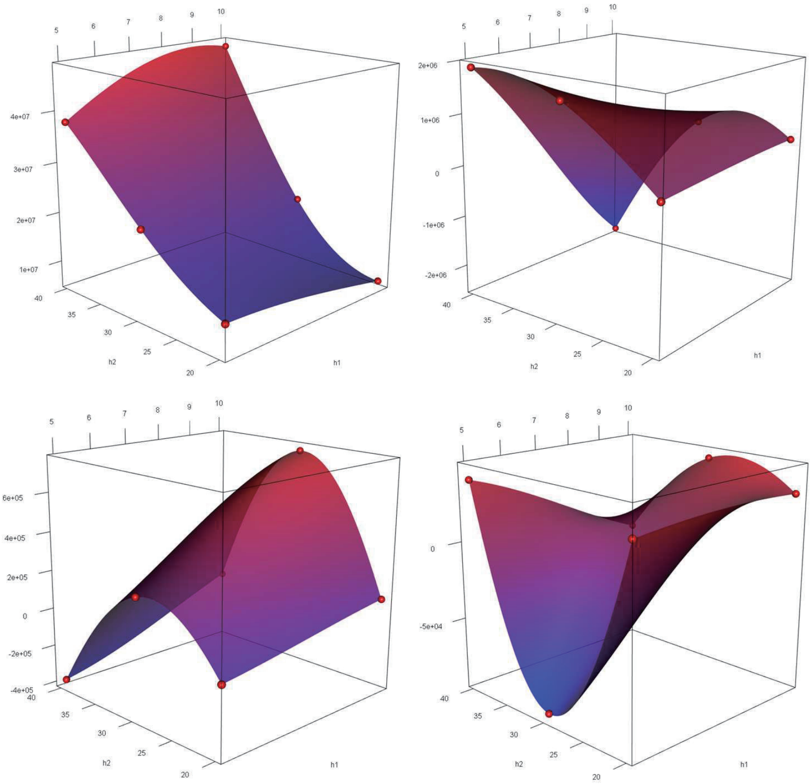


図－4　空間モード

3.3　POD 係数の応答曲面の作成

入力パラメータである防潮堤の高さ h1 と初期津波高さ h2 と，各モードにかかる係数の関連付けを行うことで応答曲面を作成する。対応するモードごとに入力パラメータの関数として補間し，それを図示したものを図－5 に示す。

第 1 モードから第 4 モードに対応する関数$\left(f_j(h1,h2)(j=1,2,3,4)\right)$を示す。



図－5　各モードに対応する応答曲面

手前の右側の軸が防潮堤の高さ，左側の軸が初期津波高さになっている。このように，モードからわかる分布の特徴と入力パラメータの関係を結びつけることができ，この 2 つを合わせて代理モデルを作成することができる。

3.4　代理モデルによる結果と解析結果の比較

前節までで示してきたモードと係数の関係を用いることで，任意の入力パラメータ（防潮堤の高さ h1，初期津波高さ h2）での最大衝撃力の空間分布は以下のように計算できる。

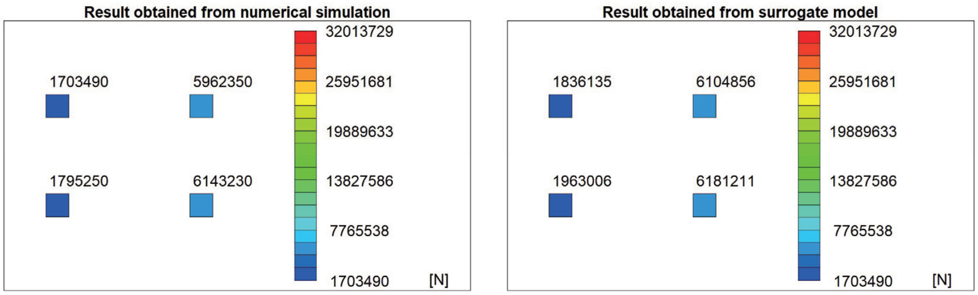
$$\hat{x}(h1,h2)=\sum_{k=1}^{r}f_k(h1,h2)u_k$$

代理モデルの妥当性を検証するために，表－1 に示す 6 つのケース以外のパラメータの組み合わせでの数値解析結果と代理モデルから得られる結果の比較を行う。

$$case(h1, h2) = (7.5, 20)$$

解析結果と代理モデルから求めた結果を並べてそれぞれ図－6 に示す。左側に示したものが数値解析から得られる結果であり，右側に示したものが代理モデルから求められた結果である。これらの結果から，数値解析から得られる結果を概ね再現できていることが分かる。具体的にそれぞれのケースにおいて平均平方二乗誤差を計算すると，129891.6[N]となった。また，4 棟の平均値との比をとって誤差率として表すと，3.3%となることから，代理モデルによって任意のパラメータの時の最大衝撃力の分布を概ね表現できることがわかる。

また，計算コストについては，通常の数値解析では 1 ケース 72 時間程度かかる計算を，代理モデルではほとんど時間を要することなく結果を得ることができる。この計算コストの大幅な低減は，代理モデルを構築する大きな利点である。



図－6　数値解析結果と代理モデルから求められた結果の比較

4. 結論

数値解析の結果を効率的に利用して，代理モデルを作成し，少ない計算コストで数値解析と同等の結果を算出する手順について説明した。数値解析から得られるデータに対して固有直交分解を行うことで，そこから得られるモードの線形結合として対象とする分布を表現することができ，さらにその係数部分を解析パラメータの関数として表現することで，代理モデルとして数値解析を実施していない任意のケースについても極めて低い計算コストで分布を算出することが可能となる。

この手法は，災害の確率論的な評価を行う上で重要な役割を果たすと考えられる。確率論的な評価を適切に行うためには，十分な試行回数が求められる。代理モデルを用いることで，高度な数値解析を利用しながら効率的に試行回数を確保することが可能であり，確率論的な議論に結び付けることが可能となる。示した例では評価点の数が 4 と少数であったが，都市に存在する多数の建物に対しても同様の評価が可能である。今後は建物ごとに大きさや形状が異なる問題への適用の可能性について検討の必要がある。

5. 参考文献

1) 外里 健太，高瀬慎介，森口周二，寺田賢二郎，大竹雄，福谷陽，野島和也，櫻庭雅明，横洲弘武：固有直交分解を用いたリアルタイム津波シミュレーション，計算工学講演会論文集 Vol.25(2020 年 6 月)