

# 機械的固定工法防水システムの風応答の簡便な推定方法\*

東北大学未来科学技術共同研究センター 植松 康

## 1. はじめに

我が国の機械的固定工法防水システムでは、0.5~0.6m 程度の間隔で格子状に配置され屋根下地にファスナーで固定された円形ディスクに防水シートが熱溶着あるいは溶剤溶着される(図 1)。風による負圧を受けるとシートは膨れ、シートの破損やファスナーの抜け出しなどの被害がしばしば発生する<sup>1)</sup>。宮内ら<sup>2),3)</sup>によれば、ファスナーには上向きの鉛直力に加えて同程度の水平力が作用する。この水平力は固定部を挟んだシートの膨らみの差(張力差)によるものである(図 2)<sup>3)</sup>。金属下地の場合、防水シートと下地の間に断熱材が挿入されるため、ファスナー頂部に水平力が作用すると固定部に付加モーメントが作用し、ファスナーの引き抜き耐力の低下が懸念される。そのため、水平力を考慮した耐力試験法の開発が望まれている。

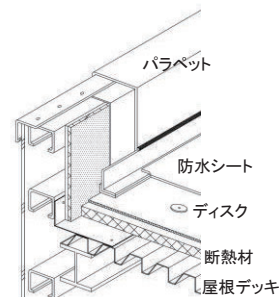


図 1 屋根の構成

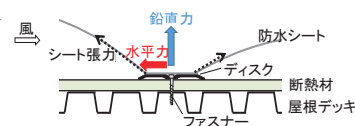


図 2 固定部に作用する力

宮内ら<sup>2), 3)</sup>は実大試験体を用いた実測と風洞実験結果に基づき、ファスナーに作用する水平力を風圧係数分布のみから推定する方法を提案した。しかし、そこではシートの変形と固定部に作用する風力の関係は考慮されておらず、その妥当性・適用性には疑問が残る。

本研究では単純な二次元モデルを用いて、静的分布荷重を受ける防水システムの挙動(シートの膨らみやファスナーに作用する風力、固定部反力)を簡便に計算する方法を示す。また、計算の基となる陸屋根上の平均風圧係数分布のモデルを既往の研究成果に基づいて提案する。

## 2. 防水システムの風応答に関する解析的検討

### 2.1 解析モデルと解析方法

防水シートは間隔  $L$  で線状に固定されているものとし(図 3)、以下、単位幅で考える。屋根風上端で流れが剥離するため屋根には負圧が作用してシートが膨れる。図 4 は宮内ら<sup>3)</sup>の実測と風洞実験による平均風圧係数分布である。図中の実線および数値は、 $L=0.6m$  としたとき各領域における平均風圧係数の面平均値(実測値に基づく)である。シートは厚さ 1.5mm 程度と薄いので、曲げ剛性は無視する。

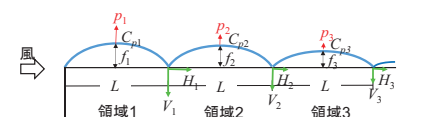


図 3 解析モデル

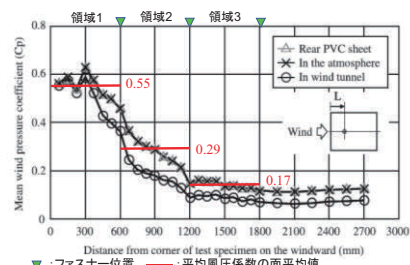


図 4 平均風圧係数分布(宮内ら<sup>2)</sup>)

一定負圧  $p$  を受けるとシートの変形は曲率半径  $R$  の円弧となり(図 5)、シートには張力  $T$  が作用する。固定部に作用する力を模式的に表すと図 6 のようである。 $V$  および  $H$  は

\*An approximate method for easily estimating the wind-induced responses of a mechanically-attached single-ply membrane roofing system  
by Yasushi Uematsu

それぞれ固定部における鉛直方向および水平方向の反力(合力)を表し, 風上側および風下側シートの張力  $T_w, T_l$  の鉛直・水平成分を用いて次式で与えられる。

$$V = T_{wy} + T_{ly}, \quad H = T_{wx} - T_{lx} \quad (1), (2)$$

また, シートに作用する力の釣り合いより次式を得る。

$$T = pR \quad (3)$$

さらに, (4)式で表されるシートの歪 $\varepsilon$ を用いると,  $T$ は(5)式で与えられる。

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{2R\varphi - L}{L} = \frac{2R\varphi}{L} - 1 \quad (4)$$

$$T = Et\varepsilon = Et\left(\frac{2R\varphi}{L} - 1\right) \quad (5)$$

ここに,  $E, t$ はシートのヤング係数と厚さを表す。(3)式を(5)式に代入し,  $R\sin\varphi = L/2$ なる関係を用いて整理すると次式を得る。

$$\varphi - \sin\varphi - \frac{pL}{2Et} = 0 \quad (6)$$

(6)式を $\varphi$ に関して解き, それを(3)~(5)式に代入すれば,  $T, R, \varepsilon$ が得られるが, (6)式は非線形方程式であるため計算が面倒である。そこで, (6)式中の $\sin\varphi$ を $\varphi=0$ のまわりでTaylor展開すると,

$$\sin\varphi = \varphi - \frac{\varphi^3}{6} + \frac{\varphi^5}{24} - \dots \quad (7)$$

5次以上の高次項を無視し, (6)式に代入すると最終的に次式を得る。

$$\varphi = \sqrt[3]{\frac{3pL}{Et}} \quad (8)$$

これを $R = \frac{L}{2\sin\varphi}$ に代入し, さらに(5)式を用いると $T$ が得られ, それに $\sin\varphi, \cos\varphi$ を乗ずれば鉛直成分と水平成分が求まる。

## 2.2 解析結果

$\varphi$ は圧力 $p$ , シートの支持間隔 $L$ および伸び剛性 $Et$ によって変化する。実設計を参考に, これらのパラメータを以下に示す範囲で変化させて解析した。

$$L = 0.4 \sim 1.0\text{m}, \quad Et = 50 \sim 125\text{N/mm}, \quad p = 0 \sim 3\text{kPa}$$

図7(a)は $L = 0.6\text{m}$ (一定値)として $Et$ を変化させたとき, 図7(b)は $Et = 75\text{N/mm}$ (一定値)として $L$ を変化させたときの $\varphi \sim p$

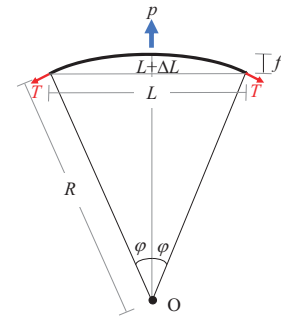


図5 シートの変形

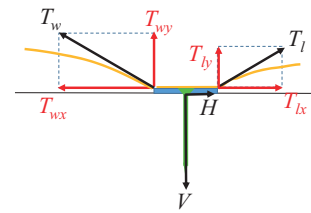
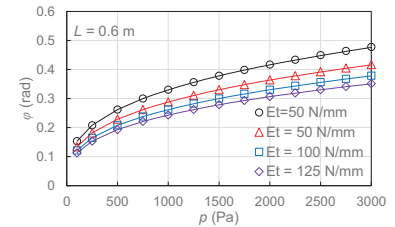
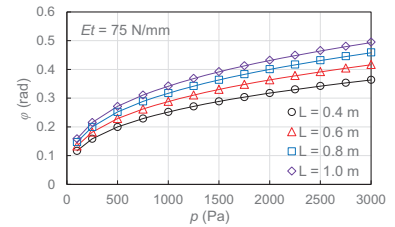


図6 固定部に作用する力

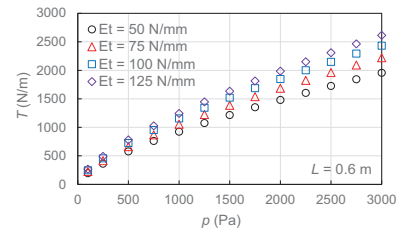


(a)  $L = 0.6\text{ m}$

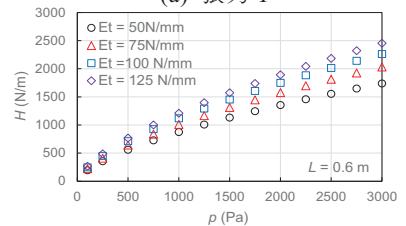


(b)  $Et = 75\text{ N/mm}$

図7  $\varphi$ の $p$ による変化



(a) 張力  $T$



(b) 水平力  $H$

図8  $T$ および $H$ の $p$ による変化 ( $L = 0.6\text{ m}$ )

関係を示す。図中、プロットは(6)式による精解、曲線は(8)式による近似解を表しており、両者はよく一致している。最大誤差は  $Et = 50\text{N/mm}$ ,  $L = 1.0\text{m}$ ,  $p = 3\text{kPa}$  のとき約 $-0.54\%$  ( $0.54\%$ の過小評価)であった。したがって、(8)式は実用上十分な精度を有している。(8)式が示すように、 $\varphi$ は $p$ の増大に伴い非線形に(ほぼ三乗根に比例して)増大する。また、 $Et$ の増大に伴い減少し、 $L$ の増大に伴い増大する。なお、最大ひずみは、解析した範囲では、 $Et = 50\text{N/mm}$ ,  $L = 1.0\text{m}$ ,  $p = 3\text{kPa}$  のときに発生し約 $5.6\%$ であった。この値は通常の防水シート(厚さ $1.5\text{mm}$ 程度のガラス補強あるいはポリエステル補強塩ビシートなど)では、補強繊維が破断する前のほぼ弾性範囲内にある<sup>4)</sup>。

$L = 0.6\text{m}$ (一定値)として  $Et$  を変化させたときの  $T$  および  $H$  の  $p$  による変化を図8に示す。 $Et$ が増大するとシートの膨らみが減少するので  $R$  は増大し  $\varphi$  は減少する。したがって  $\varepsilon$  は減少するが、その減少より  $Et$  による増加による効果の方が大きいため  $T$  は増大する。さらに  $\varphi$  の低下に伴い  $\cos\varphi$  が増大するため  $H$  も増大する。

次に、 $Et = 75\text{N/mm}$ (一定値)として  $L$  を変化させたときの  $T$  および  $H$  の  $p$  による変化を図9に示す。これより、 $L$ が増大すると  $T$  および  $H$  も増大することが分る。

以上より、 $H$  を低下させるという目的では、強度とのバランスを考えながら、 $Et$  および  $L$  を小さくするのが効果的であるといえる。

最後に、風圧分布への適用例として、 $L = 0.6\text{m}$ ,  $Et = 75\text{N/mm}$  とおき、図4に示した平均風圧係数分布を用いて、領域1と2の境界にある固定部に作用する  $V$  および  $H$  の速度圧  $q_{H_e}$  ( $=1/2\rho U_{H_e}^2$ ;  $\rho$  = 空気密度,  $U_{H_e}$  = 軒高  $H_e$  における平均風速) による変化を計算した。なお、各領域 ( $i = 1, 2$ ) における風圧  $p_i$  は  $q_{H_e}$  とその領域に対する面平均風圧係数  $C_{pi}$  (図4の実線で示した値) の積で与えられる。計算結果を図10に示す。 $V$  はシートの変形にはよらず  $q_{H_e}$  に比例して増大するが、 $H$  は非線形に増大する。この計算例では、 $q_{H_e} \approx 1\text{kPa}$  程度までは  $H$  と  $V$  は同程度であるが、それ以上では  $q_{H_e}$  の増大とともに差が広がる。宮内ら<sup>3)</sup>は水平力の大きさが鉛直力と同程度であると述べているが、検討した範囲が  $q_{H_e} \approx 1\text{kPa}$  程度までであったためと考えられる。

### 3. 平均風圧係数分布のモデル化

ここでは矩形平面を有する低層陸屋根建築物において風が一壁面に正対して吹くときの屋根中心線上の平均風圧係数  $C_p$  の分布に着目し、Akon & Kopp<sup>5)</sup>の論文に基づきモデル化を試みる。Akon & Kopp<sup>5)</sup>は Ruderich & Fernholz<sup>6)</sup>に倣い、 $C_p$  を次式のように基準化することで様々な条件下での  $C_p$  分布を統一的に表現できる可能性を示した。

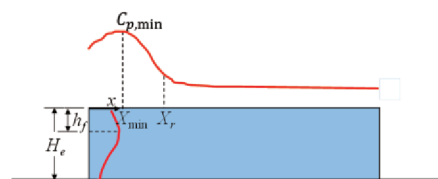
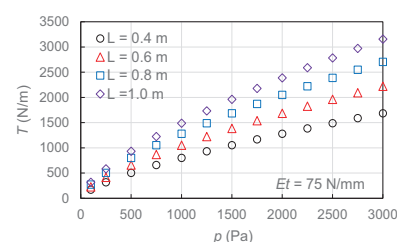
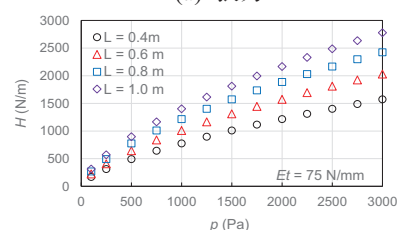


図11 平均風圧係数分布の模式図  
(正：内側，負：外側)



(a) 張力  $T$



(b) 水平力  $H$

図9  $T$  および  $H$  の  $p$  による変化 ( $Et = 75\text{N/mm}$ )

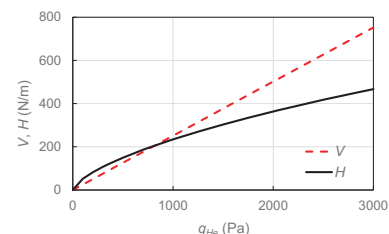


図10  $V$  および  $H$  の速度圧による変化 ( $L = 0.6\text{m}$ ,  $Et = 75\text{N/mm}$ )

$$C_p^* = \frac{C_p - C_{p,\min}}{1 - C_{p,\min}} \quad (9)$$

ここに、 $C_{p,\min}$ は $C_p$ の最小値を表す(図 11 参照)。なお、図 11 において、 $h_f$ は風上壁面上の淀み点から屋根頂部までの長さ、 $X_{\min}$ は $C_{p,\min}$ の発生位置、 $X_r$ は再付着点位置を表す。また、 $C_p$ 分布は $C_p$ が正のときは建物内側に、負のときは外側に描かれている。

Akon & Kopp<sup>5)</sup>のPIVを用いた流れの可視化実験によれば $h_f \approx 0.35H$ である。風上端で剥離した流れの再付着位置 $X_r$ は軒高 $H_e$ における気流の乱れの強さ $I_{He}$ が大きくなると風上側に移動する傾向にある。すなわち、気流の乱れが大きくなると剥離流の勾配が緩くなり再付着が促進される。また、建物の幅 $W$ が大きいかほど(流れが二次元的になるほど)風下側に移動する。Akon & Kopp<sup>5)</sup>によれば、地表面粗度区分III程度 $\eta$ を想定すると、 $W/H_e = 3 \sim 5$ の建物の場合 $X_r/h_f = 2 \sim 3$ である。ここで $h_f \approx 0.35H$ なる関係を用いると次式を得る。

$$X_r = (0.7 \sim 1.0)H \quad (10)$$

$X_r$ が小さくなると圧力勾配が大きくなり、機械的固定工法防水システム固定部前後のシートの膨らみの差が大きくなる。その結果、固定部に作用する水平力が大きくなると考えられる。そこで、安全側の設定として、ここでは $X_r = 0.7H$ とする。

$x = X_r$ における $C_p^*$ の値( $C_{p,r}^*$ )は、図 12(Akon & Kopp<sup>5)</sup>より引用)に示されるように、 $I_{He}$ の増大に伴い減少する。その関係は近似的に次式で与えられる。

$$C_{p,r}^* = -0.43I_{He} + 0.33 \quad (11)$$

図 13 は様々な条件で得られた $C_p^*$ 分布を示す(Akon & Kopp<sup>5)</sup>より引用)。 $C_{p,\min}$ を与える $x = X_{\min}$ では $C_p^* = 0$ となり、これが $C_p^*$ 分布の極小値 0 となる。図より $X_{\min} = (0.2 \sim 0.3)X_r$ であり、 $X_{\min}/X_r$ の代表値としてここでは 0.25 を用いる。 $C_p^*$ 分布は $x \approx X_r$ で反曲点をもつ。これは再付着点を境に流れや風圧分布の性状が不連続に変化することに対応している。そこで、

① $x^*(= x/X_r) = 0.25$ で極小値 0 をとる。

② $x^*=1$  で $C_p^* = C_{p,r}^*$ となる。

③ $x^*=1$  が $C_p^*$ 分布の変曲点を与える。

と仮定する。これら 3 つの条件を満足する $C_p^*$ 分布は次式で与えられる。

$$C_p^* = \{2.67(x^* - 0.25)^2 - 1.19(x^* - 0.25)^3\} \bar{C}_{p,r}^* \quad (12)$$

$C_{p,\min}$ の大きさは、図 14 に示すように、 $I_{He}$ の増大とともに増大する傾向を示し、 $I_H \approx 0.1 \sim 0.3$ の範囲については次式で近似できる。

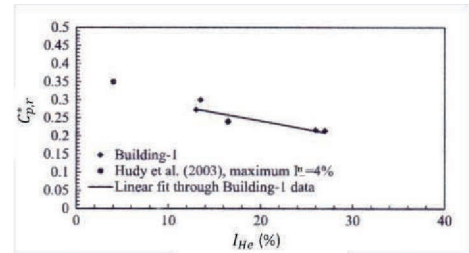


図 12  $C_{p,r}^*$ の $I_{He}$ による変化 (Akon & Kopp<sup>5)</sup>より)

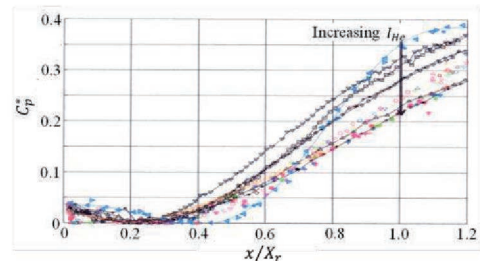


図 13  $C_p^*$ の分布 (Akon & Kopp<sup>5)</sup>より)

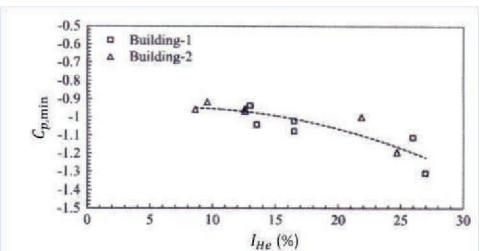


図 14  $C_{p,\min}$ の $I_{He}$ による変化 (Akon & Kopp<sup>5)</sup>より)

$$C_{p,\min} = -6.7I_H^2 - I_H - 0.99 \quad (13)$$

以上より、地表面粗度区分を仮定して軒高における気流の乱れの強さ $I_{He}$ を与えると、(11)式より $C_{p,r}^*$ が定まり、(12)式より $C_p^*$ 分布が決定する。さらに、(13)式より $C_{p,\min}$ が計算され、(9)式を変形した次式により $C_p$ 分布が定まる。

$$C_p = C_{p,\min} + (1 - C_{p,\min})C_p^* \quad (14)$$

以下、 $H_e = 5\text{m}$  および  $10\text{m}$  の 2 ケースについて $C_p$ 分布を計算した結果を示す。日本建築学会「建築物荷重指針」<sup>7)</sup>によれば、高さ $Z(\text{m})$ における乱れの強さ $I_Z$ は次式で与えられる。

$$I_Z = 0.1 \left( \frac{Z}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} \quad (Z > Z_b) \quad (15a)$$

$$I_Z = 0.1 \left( \frac{Z_b}{Z_G} \right)^{-\alpha-0.05} \quad (Z \leq Z_b) \quad (15b)$$

ここに、 $\alpha$ ,  $Z_b$ ,  $Z_G$ は地表面粗度に依存するパラメータで、地表面粗度区分ⅡおよびⅢに対して表1のように与えられている。また、 $H_e = 5\text{m}$  および  $10\text{m}$  に対する $I_{He}$ ,  $X_r$ ,  $C_{p,r}^*$ および $C_{p,\min}$ の算定結果を表2に示す。(14)式を用いて $C_p$ 分布を求めると図15のようである。 $H$ が小さいほど $C_{p,\min}$ の位置が風上側に近く、その後の圧力勾配が大きくなること分る。したがって、低い建物ほど機械的固定工法防水システムの固定部に作用する水平力が大きくなると考えられる。

表1 平均風速のプロファイルを表すパラメータ( $\alpha$ ,  $Z_b$ ,  $Z_G$ )の値

地表面粗度区分	$\alpha$	$Z_G$ (m)	$Z_b$ (m)
Ⅱ	0.15	350	5
Ⅲ	0.20	450	10

表2 平均風圧係数分布を表すパラメータ( $X_r$ ,  $C_{p,r}^*$ ,  $C_{p,\min}$ )の値

地表面粗度区分	$H$ (m)	$I_{He}$	$X_r$	$C_{p,r}^*$	$C_{p,\min}$
Ⅱ	5	0.234	3.5	0.229	1.59
	10	0.204	7.0	0.242	1.47
Ⅲ	5	0.259	3.5	0.219	1.70
	10	0.259	7.0	0.219	1.70

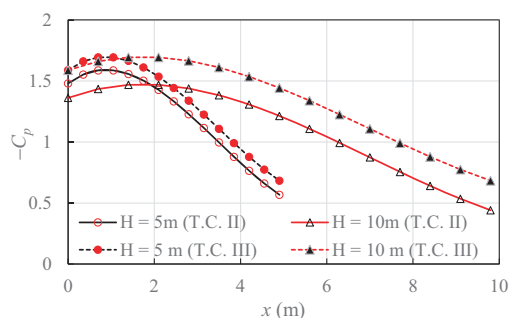


図15 平均風圧係数 $C_p$ の分布

#### 4. おわりに

本論文では、我が国で一般的な機械的固定工法防水システムについて、風が1壁面に正対する方向から吹いたときの時間平均応答(シートの膨れや固定部反力などの時間平均値)を、簡単な二次元モデルを用いて解析的に求める方法を示した。また、入力としての平均風圧係数分布のモデル化を行った。実際の防水システムは三次元的であり、また気流は乱れを有する乱流であるため、風応答は複雑な性状を示すが<sup>2)-4)</sup>、ここで示したモデルの結果は実挙動と整合するものであった。したがって、設計の初期段階において風応答の概略を把握する上で有用であると考えられる。また、固定部の耐風圧試験を検討する上でも有用な知見を与えると考えられる。

ここでは時間平均値のみを議論したが、実現象は動的であり防水システムの耐風圧性能評価においては変動風圧の動的荷重効果を考慮する必要がある。しかし、ここで対象としているような比較的小規模な低層建築物の場合、近似的に準定常仮定が成り立つので<sup>8)</sup>、動的荷重効果はガスト影響係数で評価できると考えられる。その際、平均風圧に対する応答が基本となる。また、陸屋根に作用するピーク負圧は壁面正対風向ではなく、斜め風向のときに最大となり、そのとき圧力勾配も大きい<sup>9)</sup>。したがって、防水システムの耐風圧性能評価においてはそのような斜め方向からの風に対しても検討する必要がある。そのような場合においても、平均風圧係数分布が風洞実験等によって分かれば(さらに、**3.**で述べたようなモデル化ができれば)、同様の方法で防水システムの風応答の概要を把握することが可能である。これについては将来の課題とする。

#### 参考文献

- 1) 日本建築学会：2004年の強風被害とその教訓－強風被害が残したもの－，2006.
- 2) Miyauchi, H. et al.: Force transfer mechanism on fastener section of mechanically anchored waterproofing membrane roofs under wind pressure during typhoons, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 99, 1174-1183, 2011.
- 3) Miyauchi, H. et al.: Behavior of a mechanically anchored waterproofing membrane system under wind suction and uniform pressure, *Building and Environment*, 46, 1047-1055, 2011.
- 4) Uematsu, Y. et al.: Experimental study of wind-induced dynamic response and collapse of a mechanically-attached membrane roofing system installed on metal substrate of flat roofed low-rise steel building, *Journal of Building Engineering*, 63, 105401, 2023.
- 5) Akon, A.F., Kopp, G.A.: Mean pressure distributions and reattachment lengths for roof-separation bubbles on low-rise buildings, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 155, 115-125, 2016.
- 6) Ruderich, R., Fernholz, H.H.: An experimental investigation of a turbulent shear flow with separation, reverse flow, and reattachment, *Journal of Fluid Mechanics*, 163, 283-322, 1986.
- 7) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説，2015.
- 8) 日本建築学会：動的の外乱に対する設計－現状と展望－，1999.
- 9) Kawai, H.: Local peak pressure and conical vortex on building, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90, 251-263, 2002.