

潮位・波浪の d4PDF 気象場推算値の累積確率特性*

八戸工業大学 佐々木 幹夫
八戸工業高等専門学校 南 将人

1. 緒言

前報 (佐々木・南 (2025) ¹⁾) では潮位・波浪の実測値は対数正規分布に従って生起していることを示した。また、潮位・波浪の d4PDF 気象場推算値継足し 6000 年標本は対数正規分布をなしていないこと、そのため実現象と異なる確率分布に従って生起していることを示し、それ故 d4PDF 潮位・波浪 6000 年標本は再現値の予測に使用してはいけないことを明らかにした。すなわち、d4PDF 継足し 6000 年標本の使用は意味をなさないことを示した。しかし、未だに d4PDF 過去実験について、「過去 6000 年分」²⁾ という表現が使用されており、あたかも d4PDF 過去実験が過去 6000 年間の気象場を与えているような印象を与えている。d4PDF 過去実験は 1951 年～2011 年の期間を対象に気候モデルを使用して異なる条件で 100 メンバーの気候状態についてモデル実験出力したものであり、60 年の期間の実験出力であり、過去 6000 年の連続期間の気候状態を示しているわけではない。そこで、本論文では、前報の繰り返しとなることもあるが、d4PDF 継足し標本が実測値の確率分布とは異なる分布となっていることを示し、その標本値を用いての再現期間等の検討ではその使用自体が誤りとなることを明らかにし、潮位・波浪の d4PDF 推算値の正しい利用方法について詳述している。

1. 確率紙の座標と対数正規分布

波浪や潮位偏差等の水文値 x が対数正規分布に従うときは横軸が対数目盛の確率紙を利用することになる。いま、対数正規分布をなす水文値 x の対数 $\ln(x)$ をとり、その標本の平均値を μ 、標準偏差値を σ とするとき、この標本の確率密度関数 $f(z)$ は次式のように示される。

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad \text{ここに、} \quad z = \ln(x) \quad (1)$$

確率変数 z は正規分布に従い生起しているので、この確率密度関数 $g(z)$ は次式で表される。

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (2)$$

さらに、新たな変数 y を次のように導入して

$$y = \frac{z-\mu}{\sigma}, \quad (3)$$

とすると、 y は標準正規分布をなしている。確率変数 y の確率密度関数 $f(y)$ は次式となる。

$$f(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right), \quad (4)$$

確率変数 y の累積確率 $F(y)$ は次式で表せる。

* Cumulative probability characteristics of tide and wave estimates obtained from d4PDF weather fields by Mikio Sasaki and Masato Minami

$$F(y) = \int_{-\infty}^y f(t) dt, \quad \text{ここに、} f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2} \quad (5)$$

確率紙の縦軸の目盛は式(5)に示す累積確率 $F(y)$ であり、この $F(y)$ の確率紙における縦軸の位置は式(5)で定義される確率変数 y となる(図1参照)。

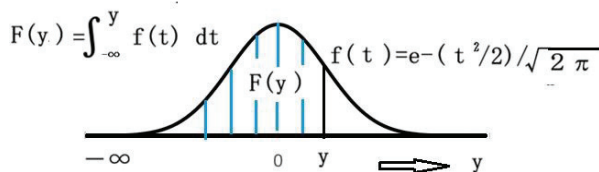


図1 累積確率 F と確率紙縦軸座標となる標準正規分布の確率変数 y

確率紙では前述のように累積確率 $F(y)$ が縦軸の目盛になり、これらの目盛線位置は式(5)に示した確率変数 y となっている。したがって、横軸が対数目盛の確率紙にプロットした標本値が直線となればその水文値は対数正規分布に従っていることを意味しており、直線にならないのであれば対数正規分布とは異なる分布に従って水文値が生起していることになる。その確率分布は図1に示した確率密度関数からみればどこかで出たり下がったりしている分布形状となっていることを意味している。

表1 確率紙の縦軸目盛(累積確率) F とその位置(確率変数) y

累積確率 F	確率変数 y
%	NORMSINV(F)
0.01	-3.7190
0.1	-3.0902
1	-2.3263
10	-1.2816
50	0.0000
90	1.2816
99.9	3.0902
99.99	3.7190
99.999	4.2649

表1に確率紙の縦軸の目盛を示した。ここに、表1の累積確率 F は%で示されており、確率変数 y はエクセルのNORMSINV(F)で求められている。ここに、NORMSINVはエクセルの組み込み関数で標準正規分布の累積分布関数の逆関数の値を返す関数である。各累積確率の目盛位置は表1に示した確率変数 y で与えられる。機械で確率紙を作成するときは各累積確率の縦軸目盛は表1に示した y の位置にあるのでそれ

ぞれその位置 y に縦軸の目盛線が引かれる。

確率紙へのプロットは、昔は手作業で行っていたが今は機械で行っている。この作図には累積確率 F を与える確率変数 y の値が必要になる。表2に後述の図2に示した深浦の有義波高の実測値を示した。表には実測値が昇順に並び換えられている。表3に示した累積確率 F はThomasプロット法により求められている。すなわち、標本総数を N 、データを昇順に並び換えたときの i 番目の水文値 x の累積確率 F は次式で与えられる。

$$F = \frac{i}{N+1} \quad (6)$$

ここに、 i : 水文学の小さい方からの順位, N : データ総数
 この水文学の縦軸の位置は累積確率 F を与える確率変数 y の値となる。ここに y の値はエクセルの $NORMSINV$ 関数で求めている。手書きで確率紙に水文学値 (波高) をプロットするときは表 2 の F の値を使用するが機械でプロットするときは表 2 の y の値を使用している。

表 2 実測値深浦有義波高の累積確率とその縦軸座標 (確率変数 y)

No	生起年月	有義波高 $H_{1/3}$ (m)	累積確率 F	確率変数 y
1	2019/01/18 03:00	7.10	0.059	-1.565
2	2011/11/24 21:00	7.38	0.118	-1.187
3	2008/12/28 15:00	7.55	0.176	-0.929
4	2009/02/21 03:00	7.63	0.235	-0.722
5	2010/12/25 21:00	7.77	0.294	-0.541
6	2023/10/06 09:00	7.93	0.353	-0.377
7	2020/03/20 15:00	8.25	0.412	-0.223
8	2018/03/02 15:00	8.45	0.471	-0.074
9	2017/12/26 03:00	8.86	0.529	0.074
10	2014/12/18 09:00	9.28	0.588	0.223
11	2022/01/12 21:00	9.45	0.647	0.377
12	2021/02/16 21:00	9.54	0.706	0.541
13	2015/03/11 09:00	9.59	0.765	0.722
14	2012/11/02 09:00	10.04	0.824	0.929
15	2013/02/08 15:00	10.17	0.882	1.187
16	2016/12/23 21:00	10.35	0.941	1.565

2. 潮位・波浪の d4PDF 推算値継足し 6000 年標本の累積確率特性

図 2 に深浦における波高実測値 (修正後)、d4PDF 過去実験気象場推算値継足し 6000 年標本、および 2°C 上昇実験気象場推算値継足し 3000 年標本の累積確率を示した。前報 (佐々木・南 (2025))¹⁾ では修正前の波高を用いて実測値の対数正規分布特性を示した。図より修正した実測値 (修正前の約 1.2 倍増) もプロットは直線性を示し、実現象は対数正規分布に従って生起していることがわかる。図には過去実験気象場推定値が 6100 年の標本値で示されている。当初、d4PDF 過去実験は 1951 年 1 月～2011 年 8 月の 60 年間の気象場が示されていたがその後 2011 年 12 月までの気象データになっているのでここでは 61 年の期間で 100 メンバー、継足し 6100 年標本で示している。しかし、呼び方は継足し 6000 年標本としている。2°C 上昇未来実験も気象場は 2031 年～2091 年 12 月までの 61 年間となっており、54 メンバーあるので継足し標本は 3294 年標本となり、この期間の累積確率で図示されている。

過去 6000 年に及ぶ継足し標本を受け入れるには何らかの根拠が必要となる。少なくとも実測値で数千年に及ぶ標本値を用いることは現段階では不可能といえる。d4PDF の過去実験およ

び 2℃上昇実験の各メンバ同士の連続性はないので継足し標本作成には無理があるが、それぞれのメンバが全てエルゴード性を有すると仮定できるならば過去実験において継足し 6000 年標本を作成できることになる。継足し 6000 年標本を用いて再現期間や再現値の検討をしている研究がみられる(例えば 3)、4) 他。これらの研究の成果はエルゴード性の仮定が妥当であったかどうかで左右されることになる。

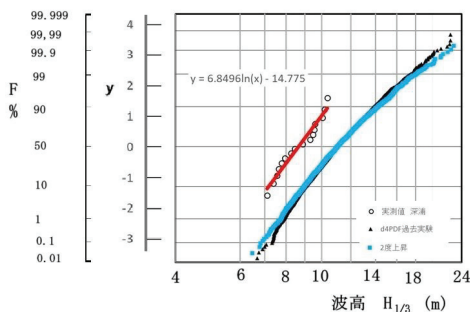


図2 深浦波浪累積確率

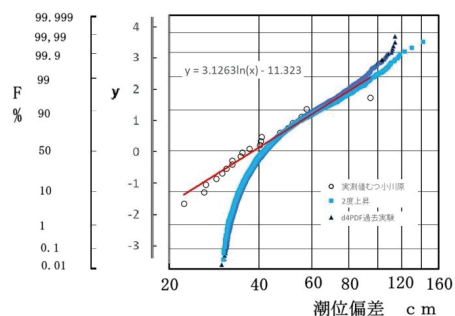


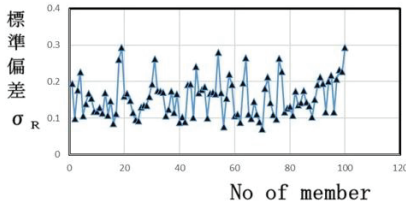
図3 むつ小川原潮位偏差累積確率

図2より以下のことが言える。過去実験と 2℃上昇未来実験気象場波浪推算値の継足し標本はほぼ重なっており、水文値の小さい方と大きい方の端部に近い領域で違いが生じており、値の大きい方では 2℃上昇気象場波浪がわずかに大きくなっている。実測値の直線性と比較すると過去実験および 2℃上昇実験継足し標本は緩やかな曲線形状となっており、直線性を示していない。すなわち、実測値は明らかに対数正規分布に従って生起しているが、d4PDF 継足し標本は対数正規分布とは異なる分布に従って生起しており、実現象とは異なる現象となっている。したがって、d4PDF 過去実験および未来実験継足し標本を用いて再現期間や再現値を検討することは妥当とは言えず、誤った使用になるものと考えられる。

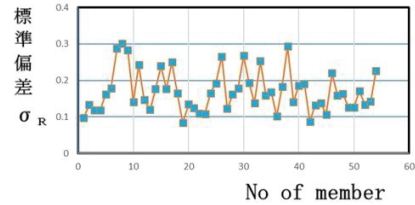
図示は省略したが青森の波浪の d4PDF 過去実験および 2℃上昇未来実験継足し標本は深浦よりもさらに直線に近い曲線の形状となっている。太い鉛筆だとプロットはその陰に入るので直線とみなせるがその陰の中で明確な曲線を描く分布となっており、直線ではないと見なした方が無理のない見方となる。

図3は青森県太平洋沿岸むつ小川原の潮位偏差について、実測値、過去実験および 2℃上昇未来実験気象場推算値継足し標本の累積確率を示している。図3も図2と同様のことが言える。異なる点は以下の2つとなる。実測値には極端に大きな値が1つあり、直線分布から少し外れているがだいたい直線上にある。ここに、大体の程度は鉛筆の陰に隠れるプロットであれば直線とみなせるという意味である。過去実験 6000 年(標本は 6100 年)および未来実験 3000 年(標本は 3294 年)継足し標本は深浦波浪よりも大きく曲がる曲線形状となっている。過去実験 6000 年継足し標本は小さい標本値領域で下に曲がる形状、大きい標本値領域では上に曲がる形状となっている。これは前者小値領域では長い期間に相当する十分に小さい値が生起していないこと、および、後者大値領域では長い期間に相当する十分に大きい値が生起していないこと

に起因している。これは各メンバ内で生起している現象はエルゴード性を有しているという仮定が崩れていることを意味している。すなわち、エルゴード性の仮定は妥当で無かったことになる。エルゴード性を有する仮定の元に継足し 6000 年標本を作ったが継足しには無理があったことになる。実現象とは異なる確率分布に従い生起しているため、再現期間、並びに再現値の予測に d4PDF 気象場潮位偏差推定値継足し 6000 年標本を用いるのは誤りといえる。

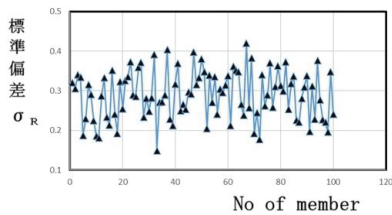


(a) 過去実験

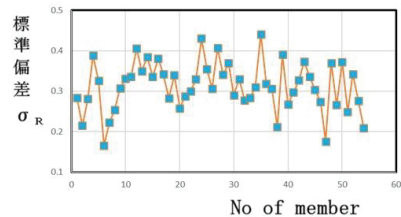


(b) 2°C上昇未来実験

図4 深浦波浪 対数正規分布適合度 最適メンバ m070 & fm019



(a) 過去実験



(b) 2°C上昇未来実験

図5 むつ小川原潮位偏差 対数正規分布適合度 最適メンバ m033 & fm006

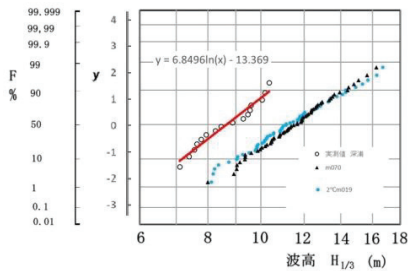


図6 深浦波浪 メンバの累積確率

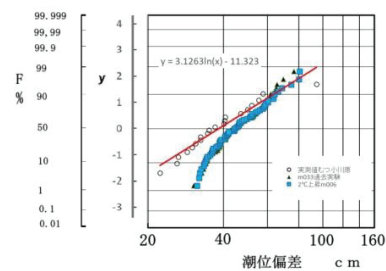


図7 むつ小川原潮位偏差 メンバの累積確率

4. 潮位・波浪 d4PDF 気象場推算値の使用方法

著者らは前報1)で過去実験 100 メンバの中に対数正規分布をなすメンバがあることを示した。すなわち、各メンバそれぞれ 60 個 (現在は 61 個) の年最大値があるのでこの 60 個の推算値に合う直線を最小二乗法で見出し、この回帰直線と各推算値の差を算出し、その差が最も小さいメンバが採用されるメンバとなる。各メンバ 60 個の推算値の回帰直線の傾き a および切片 b は最小二乗法により与えられる。

メンバ番号 i における 60 個の年最大値 x の確率紙における回帰直線は次式により与えられ

る。

$$y = a z + b, \quad \text{ここに, } z = \ln(x) \quad (7)$$

$$\text{ここに, } a = \sigma_{zy} / \sigma_z^2, \quad b = y_m - a z_m, \quad \sigma_{zy} \text{ は } z \text{ と } y \text{ の共分散,}$$

$$\sigma_z^2 \text{ は } z \text{ の分散 } z_m \text{ と } y_m \text{ はそれぞれの変数の平均値}$$

ここに、式(7)のyおよびxは確率紙の縦と横の座標であり、分散 σ_z^2 、共分散 σ_{zy} 、および平均値 z_m & y_m は60個の年最大値xより与えられる標本値 $z = \ln(x)$ 、並びに、式(6)で計算される累積確率Fの逆関数値yよりなる標本値で算定される。

帰直線とメンバ内各推定値との差の二乗和 R_i は次式により与えられる。

$$R_i = \sum_{j=1}^{60} (y_{ij} - (a_i z_{ij} + b_i))^2 \quad \text{ここに, } z_{ij} = \ln(x_{ij}) \quad i=1, 100 \text{ (or } 54) \quad j=1, 60 \quad (8)$$

二乗和 R_i はデータ数により変わるので次式で定義する標準偏差 σ_{Ri} をとる。

$$\sigma_{Ri} = \sqrt{\frac{R_i}{M}}, \quad \text{ここに, } M: \text{水文値の総数} = 60 \quad (9)$$

上記式(9) σ_{Ri} の値が小さいほどメンバの累積確率分布は直線的になる。確率紙における推算値が直線上にあれば標準偏差 σ_{Ri} は0となる。

図4および5に深浦波浪およびむつ小川原潮位偏差の各メンバの直線性適合度を式(9)による標準偏差で調べた結果を示した。図より、深浦波浪は過去実験がメンバ m070、2°C上昇未来実験がメンバ fm019、むつ小川原潮位偏差は m033、および fm006 が最適となっている。図6および7にそれらの累積確率を示した。深浦波浪は鉛筆の陰に入る直線とみなせる推定値となっている。むつ小川原潮位偏差は、30 cm代前半は鉛筆の陰から外れるがそれより上部は直線性を示しており、そこを用いれば再現期間および再現値の予測に使用できるようである。もし、この解釈が許されないならばここむつ小川原では潮位偏差の再現期間や再現値の検討にはd4PDFは使用できないことになる。

5. 結言

本研究では以下のことを明らかにしている。

(1) 潮位・波浪のd4PDF気象場推算値の累積確率を調べた結果、6000年継足し標本の再現期間等検討への使用は妥当とはいえない。

(2) 潮位・波浪のd4PDF気象場推算値には実測値と同じ対数正規分布に従うメンバが存在し、それは式(9)で示す標準偏差で見出すことが可能である。

謝辞 本研究実施に際し青森県河川砂防課より多大なご協力いただいた。ここに深甚なる謝意を表す。

参考文献

- 1) 佐々木幹夫・南将人；気候モデルd4PDF気象場より得られた潮位・波浪推算値の累積確率特性について、東北地域災害科学研究、pp. 59-64, 第61巻、2025.
- 2) <https://www.miroc-gcm.jp/d4PDF/about.htm>
- 3) 五十嵐 雄介他 6名, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol. 78, No. 2, 1-967T_972, 2022.
- 4) 五十嵐 雄介 他 6名, 土木学会論文集 B2(海岸工学), Vol. 78, No. 2, 1_973-I_978, 2022.